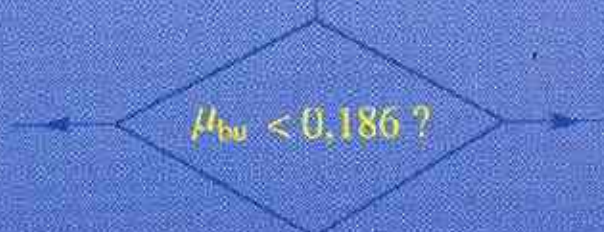


Bâtiment & Génie Civil

BÉTON ARMÉ

Guide de calcul

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}}$$



H. Renaud et J. Lamirault

Bâtiment & Génie Civil



BÉTON ARMÉ

Guide de calcul

Jacques LAMIRAULT

Maître de conférences
École centrale de Nantes
Département Génie civil



Henri RENAUD

Agrégé de Génie civil
IUFM de Nantes

FOUCHER

31 rue de Fleurus 75278 Paris Cedex 06

SOMMAIRE

1	Calcul du béton armé aux états limites	5
1.	Notions d'états limites	5
2.	États limites ultimes et états limites de service	5
3.	Principes généraux des justifications	6
4.	E.L.U. ou E.L.S. ?	6
2	Formulaire des poutres	7
1.	Notations et conventions du formulaire des poutres	7
2.	Formulaire des poutres	8
3.	Mode d'utilisation du formulaire	12
3	Caractéristiques géométriques des sections	15
1.	Moment statique (rappels)	15
2.	Moment quadratique (rappels)	16
3.	Tableau des caractéristiques des sections courantes	17
4.	Section en forme de T	18
5.	Application aux sections courantes de béton armé	19
4	Actions permanentes et variables	23
1.	Nature des actions	23
2.	Évaluation des charges permanentes	24
3.	Évaluation des charges d'exploitation	25
4.	Application : calcul d'une descente de charges	26
5	Calcul des sollicitations	29
1.	Principe	29
2.	Combinaisons d'actions	30
3.	Applications	31
6	Bétons et aciers: caractéristiques	35
1.	Les bétons	35
2.	Les aciers	38
7	Déformations et contraintes de calcul	41
1.	État limite de résistance	41
2.	État limite de service	47
8	Semelles de fondations	51
1.	Sollicitations de calcul	51
2.	Prédimensionnement des semelles	52
3.	Détermination des aciers tendus	54
4.	Tableau d'arrêt pratique des barres des semelles et attentes	56
9	Poteaux: compression centrée	59
1.	Notations et rappels	59
2.	Hypothèses d'études	60
3.	Calcul des armatures longitudinales	60
4.	Dispositions constructives	61
5.	Application	65

ISBN 2-216-01646-2

Toute représentation, traduction, adaptation ou reproduction, même partielle, par tous procédés, en tous pays, faite sans autorisation préalable, est illicite et exposera le contrevenant à des poursuites judiciaires (Réf. Loi du 11 mars 1957)

©Les Éditions FOUCHER, Paris 1993



10 Tirants: traction simple	67
1. Hypothèses d'études	67
2. Contraintes de calcul	67
3. Détermination des sections d'armatures	67
4. Dispositions réglementaires minimales	68
11 E.L.U.R.: flexion simple	73
1. Hypothèses d'études	73
2. Contraintes de calcul	73
3. Combinaisons	74
4. Calcul de sollicitations	74
5. Conditions d'équilibre d'une section rectangulaire	74
6. Moment critique ultime	77
7. Moment critique réduit	77
8. Calcul des armatures longitudinales tendues	78
12 E.L.S.: flexion simple	83
1. Hypothèses d'études	83
2. Contraintes de calcul	83
3. Combinaisons d'actions	84
4. Calcul des sollicitations	84
5. Conditions d'équilibre d'une section rectangulaire	84
6. Moment limite de service	88
7. Moment limite réduit de service	88
8. Calcul des armatures longitudinales tendues	89
13 Vérification des sections	95
1. Hypothèses de calcul	96
2. Caractéristiques géométriques	96
3. Expression de la contrainte normale au niveau d'une fibre	97
14 Liaisons béton – acier	103
1. Contrainte d'adhérence	103
2. Ancrage des aciers	103
3. Entraînement des barres isolées ou en paquet	108
15 Effort tranchant: justifications et dispositions constructives	111
1. Contrainte tangente conventionnelle	111
2. Contrainte tangente limite ultime	112
3. Armatures d'une poutre	113
4. Dispositions constructives minimales	114
5. Effort tranchant réduit au voisinage d'un appui	115
6. Justifications aux appuis	116
7. Cas des dalles	117
16 Micro-projet Bâtiment	120
1. Étude demandée	120
2. Valeurs caractéristiques et valeurs de calcul des matériaux	121
3. Calcul des éléments porteurs	122
4. Calcul des panneaux de dalles rectangulaires sous chargement modéré uniforme	129
Annexe 1 Caractéristiques des aciers	135
Annexe 2 Contraintes limites des matériaux à l'E.L.S.	136
Annexe 3 Moments critiques réduits	137
Annexe 4 Tableaux de calcul à l'E.L.U.R.	138
Annexe 5 Tableaux de calcul à l'E.L.S.	140

1 Calcul du béton armé aux états limites

Les ouvrages en béton armé sont calculés en respectant les règlements, normes et Documents Techniques Unifiés (D.T.U.) en vigueur.

Le B.A.E.L. (Règlement Béton Armé aux États Limites) prescrit les règles techniques de:

- conception,
- calcul des différents ouvrages de la structure B.A.,
- justifications (vérifications diverses et dispositions constructives minimales).

Le présent chapitre a pour objet de familiariser le lecteur aux notions d'états limites, bases d'élaboration du règlement B.A.E.L. 91.

Principes généraux

1. Notions d'états limites (B.A.E.L. A1)

• Dans le domaine des constructions, un **état limite** est celui qui satisfait strictement aux conditions prévues sous l'effet des **actions** (forces, moments ou couples) qui agissent sur la construction ou l'un de ses éléments).

• Quelles sont ces conditions ?

Citons: **la stabilité, la résistance, la durabilité, les déformations non nuisibles** pour satisfaire les fonctions techniques d'utilisation des structures.

Exemple: résister aux sollicitations imposées, à l'effet des intempéries, des dilatations, des retraits, etc.

2. États limites ultimes et états limites de service

Il est nécessaire de bien différencier ces deux états qui sont à considérer dans tous les calculs B.A. soit directement, soit implicitement pour l'un des états.

États Limites Ultimes (E.L.U.)

On distingue :

- **État limite d'équilibre statique**
→ Stabilité des constructions (non glissement, non renversement).
- **État limite ultime de résistance** (symbole E.L.U.R.)
→ Capacité portante qui dépend des matériaux constitutifs (non rupture par écrasement ou par allongement excessif).
- **État limite de stabilité de forme** (symbole E.L.U.S.F.)
→ Pas d'instabilité.

Exemple: pour un poteau B.A., non-risque de flambement.

NB. Ils concernent la capacité portante et la limitation des risques de ruine de tous ordres.

États Limites de Services (E.L.S.)

On distingue :

- **État limite de compression du béton**
→ Contrainte de compression bornée par le règlement B.A.E.L.
- **État limite de déformation**
→ Limitation des désordres.
Exemple: flèche des planchers limitée pour réduire les désordres de fissuration des cloisons ou des revêtements scellés.
- **État limite d'ouverture de fissures**
→ Durabilité des ouvrages.

Exemple: non-corrosion des aciers.

NB. Ils concernent les conditions d'utilisation des ouvrages et la durabilité.

3. Principes généraux des justifications

Ils s'appliquent essentiellement pour :

- la **sécurité des ouvrages**, par utilisation de coefficients de sécurité :
 - coefficient de majoration pour les valeurs nominales des actions (charges permanentes, charges d'exploitation, etc.) ;
 - coefficient de minoration pour les contraintes de calcul béton et acier ;
- les **combinaisons d'actions** dans un état limite donné :

à l'E.L.U. *	à l'E.L.S. *
$1,35 G + 1,50 Q_B$	$G + Q_B$
G : charges permanentes Q _B : charges d'exploitation * en général.	

Remarque: les combinaisons déterminent les sollicitations les plus défavorables, comme par exemple dans le cas des poutres avec porte-à-faux ou les cas de chargement des poutres continues.

Les calculs justificatifs concernent à la fois :

- les états limites ultimes E.L.U.,
- les états limites de service E.L.S.

Par exemple, pour la détermination des sections d'acier :

Calcul à l'E.L.U.R.

$$M_u \rightarrow A_{su}$$

Calcul à l'E.L.S.

$$M_{ser} \rightarrow A_{ser}$$



Si $A_{su} < A_{ser}$, on retient A_{ser}

Si $A_{su} > A_{ser}$, on retient A_{su}

Notations

- M_u moment de flexion à l'état limite ultime.
 M_{ser} moment de flexion à l'état limite de service.
 A_{su} section théorique d'armature à l'E.L.U.
 A_{ser} section théorique d'armature à l'E.L.S.

4. E.L.U. ou E.L.S. ?

Indiquer, dans les différents cas ci-dessous, quel est l'état limite à considérer.

- Équilibre d'un mur de soutènement
Exemple: stabilité au renversement
- Cas de fissuration très préjudiciable
Exemple: limitation des contraintes de traction des aciers
- Cas de limitation de flèche
Exemple: $f < L/500$ si la longueur $L < 5,00$ m.
- Équilibre d'un poteau élancé (faible section, grande hauteur)
- Contrainte de compression du béton imposée

Réponse

- a : E.L.U. équilibre statique
 b : E.L.S.
 c : E.L.S.
 d : E.L.U.S.F.
 e : E.L.S.

2

Formulaire des poutres

But

Déterminer la valeur numérique des sollicitations telles que :

- actions aux appuis,
- effort tranchant, en particulier au voisinage des appuis,
- moment de flexion, en particulier $M_{f,max}$

Démarche proposée

- Définir les liaisons mécaniques de la poutre (types d'appuis).
- Déterminer le (ou les) cas de charge (charges uniformes, réparties, concentrées, etc.).
- Effectuer le schéma mécanique de la poutre chargée.
- Décoder et sélectionner dans le formulaire le (ou les) cas de chargement correspondant.
- Choisir et utiliser les formules adéquates en appliquant, s'il y a lieu, le principe de superposition des états d'équilibre.

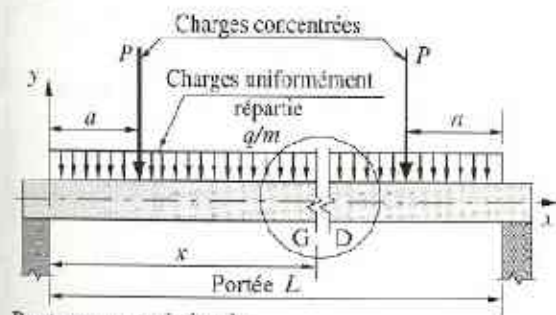


NB. Le formulaire ci-après est limité à quelques cas courants pour familiariser le lecteur à son utilisation.

1. Notations et conventions du formulaire des poutres

Notations (figure 1)

- | | | |
|------------|--|-------------|
| A | Appui de gauche | } Travée AB |
| B | Appui de droite | |
| $x'x$ | Ligne moyenne continue représentative des centres de surface des sections le long de la poutre | |
| q | Intensité de la charge uniformément répartie par mètre de poutre | |
| P | Charge concentrée | |
| C, D | Points d'application de la charge P | |
| a | Distance de la charge concentrée à l'appui considéré | |
| R_A, R_B | Actions des appuis A et B sur la poutre AB | |
| V_A, V_B | Efforts tranchants aux appuis A et B | |
| x | Abscisse d'une section courante | |
| x_0 | Abscisse où s'exerce le moment maximal M_0 dans la travée AB | |
| M_x | Moment de flexion dans une section d'abscisse x | |
| M_0 | Moment maximal de flexion en travée | |



Poutre sur appui simple

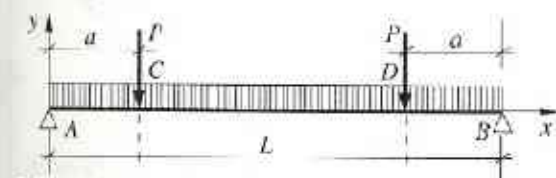


Schéma du cas de charge

Fig. 1

Conventions (figure 2)

- (1) Charge répartie uniforme
 - (2) Charge concentrée
 - (3) Couple de flexion
- Types d'appuis :**
- (4) simples ou libres
 - (5) articulations
 - (6) encastrement à une seule extrémité
 - (7) encastrement à chaque extrémité
 - (8) Poutre continue (à plusieurs travées)

Représentation des moments de flexion :
diagramme disposé du côté de la fibre tendue de la poutre pour lever toute équivoque quant à la disposition des aciers de traction

Représentation des efforts tranchants :

$V_A = R_A$ et $V_B = -R_B$
dans le cas d'une poutre à une seule travée AB

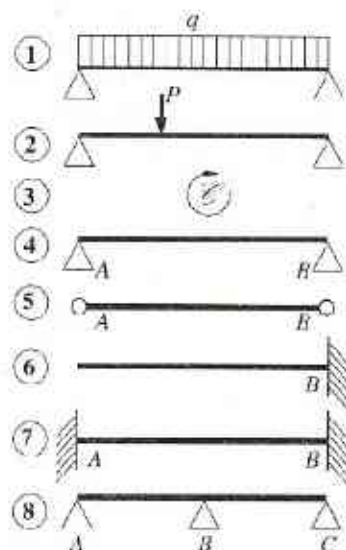
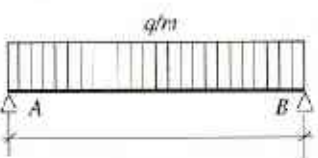
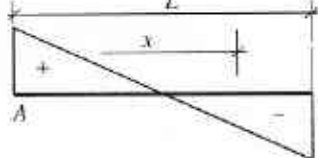
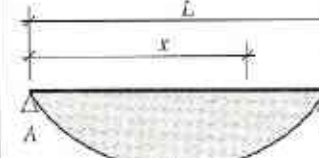
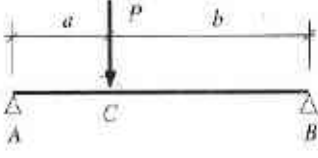
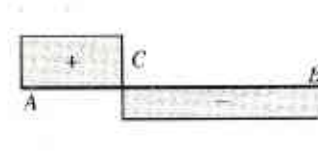

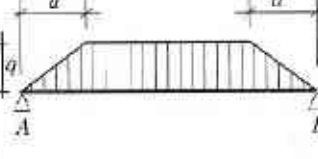
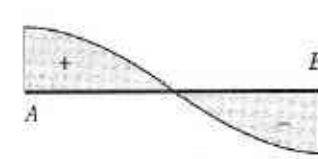

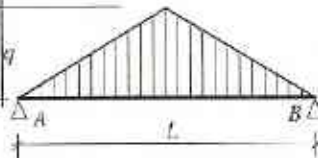
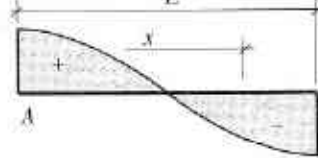


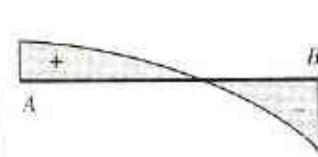

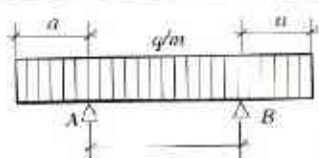
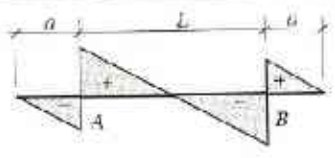
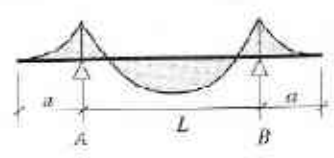

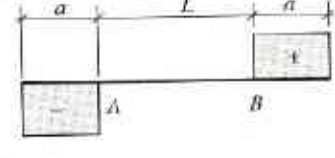
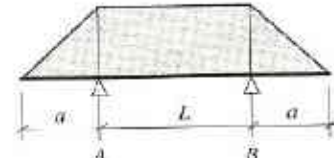
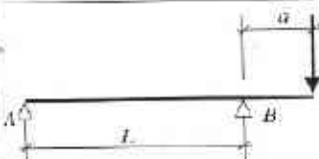
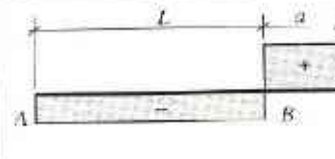
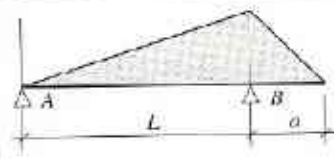


Fig. 2

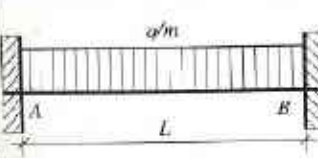
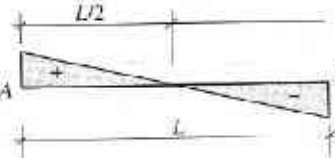
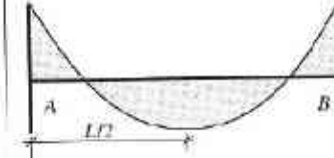
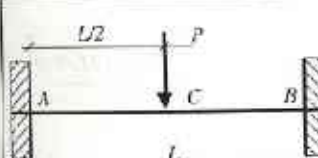
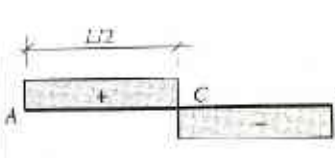
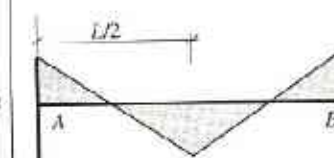
Schémas de représentation

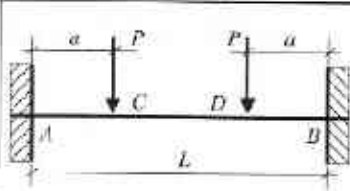
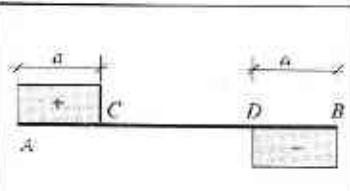
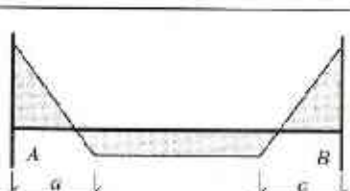
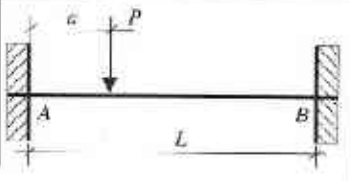
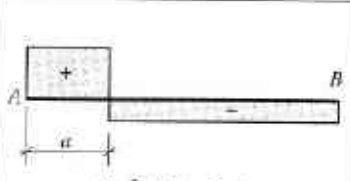
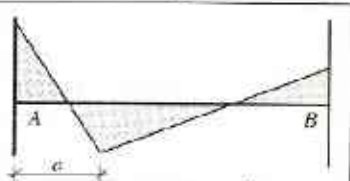
Poutres sur deux appuis simples

Cas de charge	Effort tranchant	Moment de flexion	Observations
<p>1</p>  <p>$R_A = \frac{qL}{2}$ $R_B = R_A$ Charge uniformément répartie</p>	 <p>$V_A = \frac{qL}{2}$ $V_B = -\frac{qL}{2}$ $V(x) = \frac{qL^2}{2} - qx$</p>	 <p>$M_0 = \frac{qL^2}{8}$ pour $x_0 = \frac{L}{2}$ $M(x) = \frac{qx}{2}(L-x)$</p>	<p>Flèche $f = \frac{5}{384} \cdot \frac{qL^4}{EI}$ pour $x = \frac{L}{2}$</p>
<p>2</p>  <p>$R_A = \frac{P \cdot b}{L}$ $R_B = \frac{P \cdot a}{L}$ Charge concentrée P</p>	 <p>$V_{AC} = R_A$ $V_{CB} = -R_B$ V_{AC} signifie V entre A et C V_{CB} signifie V entre C et B</p>	 <p>$M_0 = \frac{P \cdot a \cdot b}{L}$ pour $x_0 = a$</p>	<p>Si $a = b = \frac{L}{2}$ $R_A = \frac{P}{2}$ $M_0 = \frac{P \cdot L}{4}$ $f = \frac{PL^3}{48EI}$</p>
<p>3</p>  <p>$R_A = \frac{q}{2}(L-a)$ $R_B = R_A$ Charge en trapèze régulier</p>	 <p>avec $Q = q(L-a)$ $V_A = \frac{Q}{2} - R_A$ $V_B = -R_B$</p>	 <p>$M_0 = \frac{q}{2} \left[\frac{L^2}{4} - \frac{a^2}{3} \right]$ pour $x_0 = \frac{L}{2}$</p>	<p>Charge uniformément répartie p/m^2 sur un trapèze $S =$ aire du trapèze $Q_1 = p \cdot S$ $M_0' = \frac{Q_1}{2(L-a)} \left[\frac{L^2}{4} - \frac{a^2}{3} \right]$</p>
<p>4</p>  <p>$R_A = \frac{qL}{4}$ $R_B = R_A$ Charge répartie (triangle isocèle)</p>	 <p>$V_A = R_A$ $V_B = -R_B$ $V(x) = \frac{qL}{4} \left[1 - 4 \frac{x^2}{L^2} \right]$ pour $x \leq \frac{L}{2}$</p>	 <p>$M_0 = \frac{qL^2}{12}$ pour $x_0 = \frac{L}{2}$</p>	<p>Avec $P = \frac{qL}{2}$: $R_A = \frac{P}{2} = R_B$ $M_0 = \frac{PL}{6}$ $V = 0$ pour $x = \frac{L}{2}$</p>
<p>5</p>  <p>$R_A = \frac{qL}{6}$ $R_B = \frac{qL}{3}$ Charge à répartition variable</p>	 <p>$V_A = R_A$ $V_B = -R_B$ $V = 0$ pour $x = \frac{L}{\sqrt{3}}$</p>	 <p>$M(x) = \frac{qLx}{6} \left[1 - \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right]$ $M_0 = \frac{qL^2}{9\sqrt{3}}$ pour $x_0 = \frac{L}{\sqrt{3}}$</p>	<p>Avec $P = \frac{q \cdot L}{2}$ $R_A = \frac{P}{3}$ $R_B = \frac{2}{3}P$ $M_0 = \frac{2PL}{9\sqrt{3}}$</p>

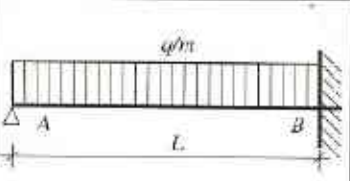
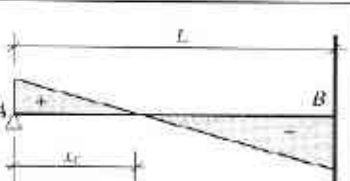
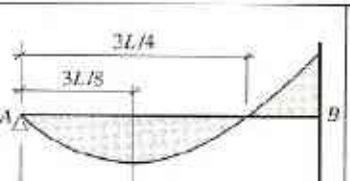
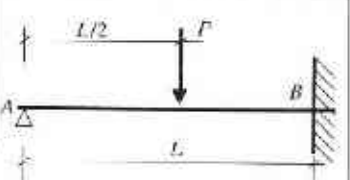
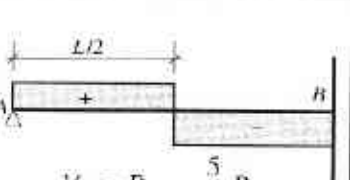
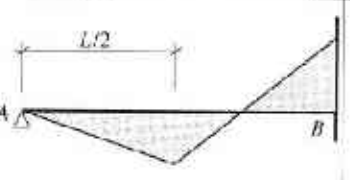
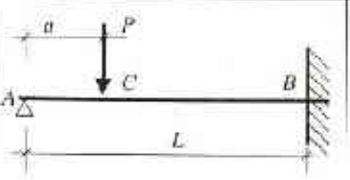
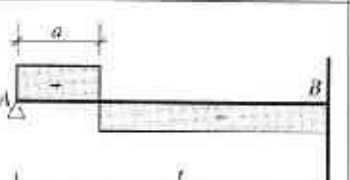
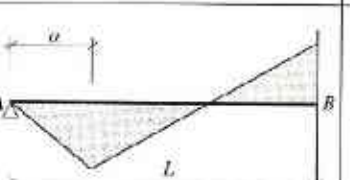
Cas de charge	Effort tranchant	Moment de flexion	Observations
 <p> $R_A = q \frac{(L+2a)}{2}$ $R_B = R_A$ Charges uniformément réparties </p>	 <p> $V_{\partial A} = -qa$ $V_{\partial B} = \frac{qL}{2}$ $V_{\partial A} = \frac{qL}{2}$ $V_{\partial B} = qa$ </p>	 <p> $M_0 = \frac{q}{8} (L^2 - 4a^2)$ à mi-portée $M_A = M_B = -q \frac{a^2}{2}$ </p>	$V_{\partial A}$ signifie: effort tranchant immédiatement à gauche de la section située en A $V_{\partial A}$: V à droite de A
 <p> $R_A = P$ $R_B = P$ Charges concentrées sur porte-à-faux </p>	 <p> $V_{\partial A} = -P$ $V_{\partial B} = P$ $V_{\overline{AB}} = ()$ </p>	 <p> $M_0 = -P \cdot a$ </p>	Moment constant de A à B
 <p> $R_A = -\frac{P \cdot a}{L}$ $R_B = \frac{P(L+a)}{L}$ Charge concentrée sur 1 porte-à-faux </p>	 <p> $V_{\overline{AB}} = R_A$ $V_{\partial B} = P$ </p>	 <p> $M_0 = M_B = -P \cdot a$ </p>	Sens des actions aux appuis: R_A : vers le bas R_B : vers le haut

Poutre encastree à chaque extrémité

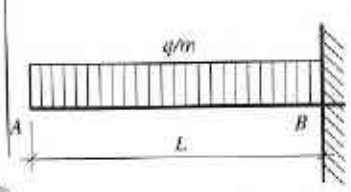
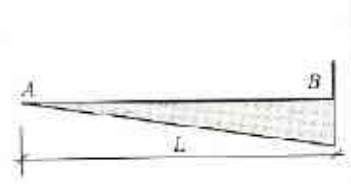
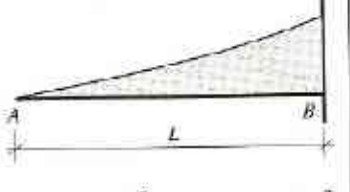
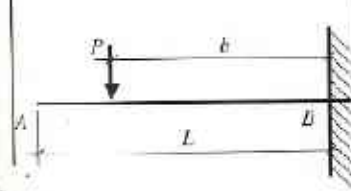
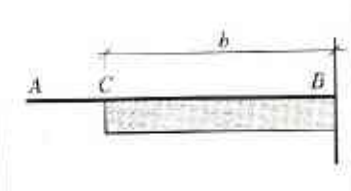
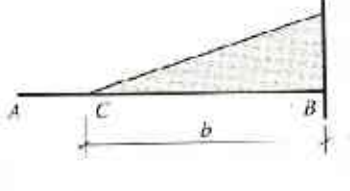
Cas de charge	Effort tranchant	Moment de flexion	Observations
 <p> $R_A = \frac{qL}{2}$ $R_B = \frac{qL}{2}$ Charge uniformément répartie </p>	 <p> $V_A = R_A$ $V_B = -R_B$ </p>	 <p> $M_A = -\frac{qL^2}{12}$ $M_B = -\frac{qL^2}{12}$ </p>	Pour $x_0 = L/2$: $V = 0$ $M_0 = \frac{qL^2}{24}$ Flèche = $\frac{qL^4}{384EI}$
 <p> $R_A = P/2$ $R_B = P/2$ Charge concentrée P en L/2 </p>	 <p> $V_A = P/2$ $V_B = -P/2$ </p>	 <p> $M_A = -\frac{PL}{8}$ $M_B = -\frac{PL}{8}$ </p>	Pour $x_0 = L/2$: $V = 0$ $M_0 = \frac{PL}{8}$

Cas de charge	Effort tranchant	Moment de flexion	Observations
<p>11</p>  <p>$R_A = P \quad R_B = P$ Deux charges concentrées P</p>	 <p>$V_A = R_A \quad V_B = -R_B$ $V_{CD} = 0$</p>	 <p>$M_A = -\frac{Pa(L-a)}{L} = M_B$</p>	<p>Entre C et D :</p> $M = \frac{Pa^2}{L}$
<p>12</p>  <p>Charge concentrée P</p>	 <p>$V_B = \frac{Pa^2(3L-2a)}{L^2}$ $V_A = \frac{P(L-a)^2(L+2a)}{L^2}$</p>	 <p>$M_A = -\frac{Pa(L-a)^2}{L^2}$ $M_B = -\frac{Pa^2(L-a)}{L^2}$</p>	<p>Pour $x_0 = a$:</p> $V = 0$ $M_0 = \frac{2Pa^2(L-a)^2}{L^3}$

Poutre encastree à une extrémité et sur appui libre à l'autre

Cas de charge	Effort tranchant	Moment de flexion	Observations
<p>13</p>  <p>$R_A = \frac{3}{8}qL \quad R_B = \frac{5}{8}qL$ Charge uniformément répartie</p>	 <p>$V(x) = R_A - qx$ $V_A = R_A \quad V_B = -R_B$</p>	 <p>$M_A = 0 \quad M_B = -\frac{qL^2}{8}$ $M_0 = \frac{9}{128}qL^2$ pour $x_0 = \frac{3L}{8}$</p>	<p>$V = 0$ pour $x_0 = \frac{3}{8}L$ $M = 0$ pour $x = \frac{3}{4}L$</p>
<p>14</p>  <p>Charge concentrée en $L/2$</p>	 <p>$V_A = R_A = \frac{5}{16}P$ $V_B = -R_B = \frac{11}{16}P$</p>	 <p>$M_A = 0 \quad M_B = -\frac{3}{16}PL$</p>	<p>Pour $x_0 = L/2$:</p> $M_0 = \frac{5}{32}PL$
<p>15</p>  <p>Charge concentrée P</p>	 <p>$V_B = -\frac{Pa(3L^2-a^2)}{2L^3} = -R_B$ $V_A = \frac{P(L-a)^2(2L+a)}{2L^3} = R_A$</p>	 <p>$M_A = 0 \quad M_B = -\frac{Pa(L^2-a^2)}{2L^2}$</p>	<p>Pour $x_0 = a$:</p> $M_0 = \frac{Pa(L-a)^2(2L+a)}{2L^3}$

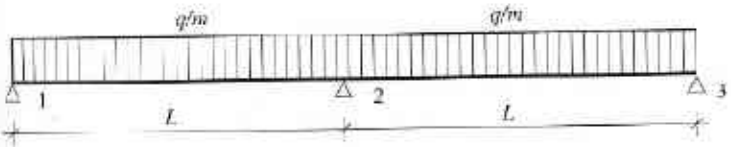
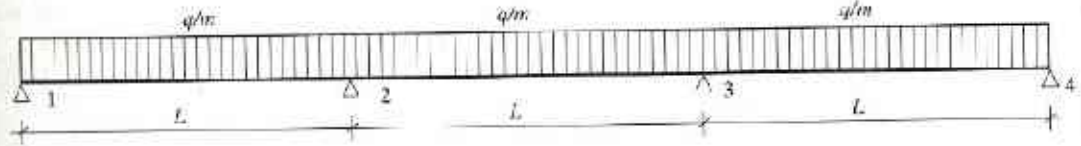
Poutres en console

Cas de charge	Effort tranchant	Moment de flexion	Observations
<p>16</p>  <p>$R_B = qL$ Charge uniformément répartie</p>	 <p>$V_B = -qL$ $V(x) = -qx$</p>	 <p>$M_B = -\frac{qL^2}{2}$ $M(x) = -q\frac{x^2}{2}$</p>	<p>Flèche en A : $f = \frac{qL^4}{8EI}$</p>
<p>17</p>  <p>$R_B = P$ Charge concentrée</p>	 <p>$V_A = 0$ $V_{CB} = -P$</p>	 <p>$M_B = -Pb$</p>	<p>Flèche en C : $f = \frac{Pb^3}{3EI}$</p> <p>Flèche en A : $f = \frac{Pb^2}{6EI}(3L - b)$</p>

Poutres continues (cas simples)

Charge uniformément répartie

Moments en travée

<p>18</p>  <p>$M_1 = 0$ $M_2 = -0,125qL^2$ $M_3 = 0$ ← Moment sur appuis</p> <p>$R_1 = 0,375qL$ $R_2 = 1,250qL$ $R_3 = 0,375qL$ ← Actions des appuis</p> <p>Cas de deux travées</p>	<p>$M_{1-2} = 0,070qL^2$</p> <p>$M_{2-3} = 0,070qL^2$</p>
<p>19</p>  <p>$M_1 = 0$ $M_2 = -0,100qL^2$ $M_3 = -0,100qL^2$ $M_4 = 0$</p> <p>$R_1 = 0,400qL$ $R_2 = 1,100qL$ $R_3 = 1,100qL$ $R_4 = 0,400qL$</p> <p>Cas de trois travées</p>	<p>$M_{1-2} = 0,080qL^2$</p> <p>$M_{2-3} = 0,025qL^2$</p> <p>$M_{3-4} = 0,080qL^2$</p>

3. Mode d'utilisation du formulaire

D'APPLICATION DE DIFFICULTE PROGRESSIVE

1 Poutre sur deux appuis

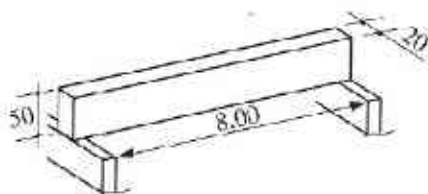


Fig. 3 Schéma perspectif de la poutre

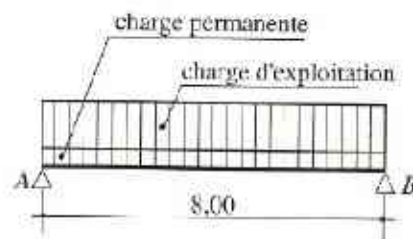


Fig. 4 Poutre sur deux appuis

Données

- Appuis simples aux extrémités
- Section de poutre : 20 cm × 50 cm
- Portée entre appuis : 8,00 m
- Charge d'exploitation uniformément répartie :
12 000 N/m ou
12 kN ou 0,012 MN

Hypothèses de fonctionnement à l'E.L.U.R.

Combinaison d'action

- G : charge permanente
- Q_B : charge d'exploitation
- $1,35 G + 1,5 Q_B$

Déterminer :

- les actions aux appuis R_A, R_B ;
- les efforts tranchants V_A, V_B et $V(x)$ pour déterminer les cadres et étriers;
- les moments de flexion M_0 et $M(x)$ pour déterminer les sections d'acier tendu.

Réponse : application directe du formulaire

- Charge permanente par mètre de poutre
 $0,20 \times 0,50 \times 25\ 000 = 2\ 500$ N/m
- Combinaison de charge ($1,35 G + 1,5 Q_B$)
 $1,35 \times 2\ 500 + 1,5 \times 12\ 000 = 21\ 375$ N/m
- Utilisation du formulaire : cas n° 1

$$R_A = R_B = qL/2 = 85\ 500$$
 N

$$V_A = 85\ 500$$
 N et $V_B = -85\ 500$ N

$$V(x) = qL/2 - qx = 85\ 500 - 21\ 375 x$$

$$\text{pour } x = 1 \text{ m} \rightarrow V(1) = 64\ 125$$
 N

$$\text{pour } x = 2 \text{ m} \rightarrow V(2) = 42\ 750$$
 N

$$\text{pour } x = 4 \text{ m} \rightarrow V(4) = 0$$

$$M_0 = q \frac{L^2}{8} = 171\ 000$$
 Nm

$$M(x) = \frac{21\ 375}{2} \cdot x \cdot (8-x)$$

$$\text{pour } x = 1 \text{ m} \rightarrow M(1) = 74\ 812$$
 Nm

$$\text{pour } x = 2 \text{ m} \rightarrow M(2) = 128\ 250$$
 Nm

2 Poutre sur appuis libres

Données

- Section de poutre B.A. : 15 cm × 50 cm
- Portée entre appuis : 6,00 m
- Charge d'exploitation :
 - une charge répartie en triangle isocèle sur toute la longueur L de la poutre (valeur max $q_1 = 9\ 000$ N/m);
 - une charge concentrée $P = 20\ 000$ N à mi-portée.

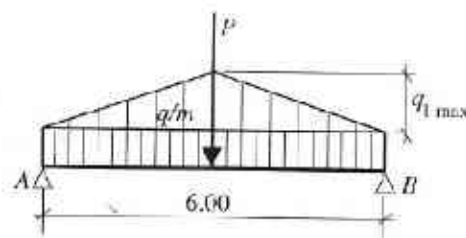


Fig. 5 Poutre sur appuis libres

Déterminer les valeurs numériques de V_A et de M_0 pour un calcul de la section d'acier à l'E.L.U.R.

Réponse : application du principe de superposition

Nature des charges	Formulaire
Charge permanente uniformément répartie $q_{p1} = 1,35 \times 1\,875 = 2\,531 \text{ N/m}$ • Effort tranchant à l'appui A $V_A = 2\,531 \times \frac{6,00}{2} = 7\,593 \text{ N}$ • Moment de flexion à mi-portée $M_0 = 2\,531 \times \frac{6,00^2}{8} = 11\,390 \text{ Nm}$	Cas n° 1 $V_B = q \frac{L}{2}$ $M_0 = q \frac{L^2}{8}$
Charges d'exploitation • Charge répartie en triangle isocèle $q_{s2} = 1,5 \times 9\,000 = 13\,500 \text{ N}$ $V_A = 13\,500 \times \frac{6,00}{4} = 20\,250 \text{ N}$ $M_0 = 13\,500 \times \frac{6,00^2}{12} = 40\,500 \text{ Nm}$ • Charge concentrée $P_u = 1,5 P = 30\,000 \text{ N}$ $V_A = \frac{P_u}{2} = 15\,000 \text{ N}$ $M_0 = \frac{P_v}{4} L = 45\,000 \text{ Nm}$	Cas n° 4 Cas n° 2

Charge permanente: poids propre par mètre de poutre
 $0,15 \times 0,50 \times 1,00 \times 25\,000 = 1\,875 \text{ Nm}$

Application du principe de superposition
 Sommation des résultats partiels ci-contre:
 $V_A = 7\,593 + 20\,250 + 15\,000 = 42\,843 \text{ N}$
 $M_0 = 11\,390 + 40\,500 + 45\,000 = 96\,890 \text{ Nm}$

(x_0 étant égal à $\frac{L}{2}$)



3 Poutre encastree à ses deux extrémités

Calculer les moments d'encastrement sur appuis et le moment maximal en travée à l'E.L.U.R.

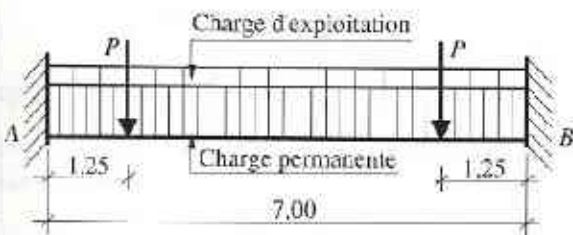


Fig. 6 Poutre encastree à ses deux extrémités

Données

- Section: 20 cm x 55 cm; portée: 7,00 m
 La poutre supporte en charges d'exploitation:
 - deux charges concentrées de même intensité,
 $P = 26\,000 \text{ N}$, situées chacune à 1,25 m de chaque extrémité;
 - une charge d'exploitation uniformément répartie de 18 000 N/m.

Réponse

Combinaison d'action: 1,35 G + 1,5 Q_B

• Charges uniformément réparties p.m.
 $q_u = 1,35 \times 2\,750 + 1,5 \times 18\,000 = 30\,712 \text{ N/m}$

Formulaire: cas n° 9 →

$$M_A = M_B = -125\,409 \text{ Nm}$$

$$M_0 = +62\,705 \text{ Nm}$$

• Charges concentrées d'exploitation

$$P_u = 1,5 \times 26\,000 = 39\,000 \text{ N}$$

Formulaire: cas n° 11 →

$$M_A = M_B = -40\,045 \text{ Nm}$$

$$M_0 = +8\,705 \text{ Nm}$$

• Effet total des charges réparties et concentrées

$$M_A = M_B = -165\,454 \text{ Nm}$$

$$M_0 = +71\,410 \text{ Nm pour } x_0 = \frac{L}{2}$$

3

Caractéristiques géométriques des sections

But

Déterminer, pour une section donnée d'un élément fléchi ou comprimé, les caractéristiques géométriques qui servent à étudier, par la suite, l'équilibre d'une section B.A. sous l'effet des sollicitations.

1 Moment statique (symbole M_s)

Il sert à trouver le centre de gravité (C.d.G.) d'une surface donnée (S), par rapport à un axe situé dans son plan.

Dans le cas du béton armé, l'équation dite du « Moment statique » permet de trouver la position de la fibre neutre d'une section (axe Gx , passant par le centre de gravité G).

La distance de la fibre neutre à la fibre la plus comprimée de la section permet de calculer le moment quadratique par rapport à l'axe Gx .

2 Moment quadratique (symbole $I_{\text{axe considéré}}$)

Il intervient dans le calcul des

- contraintes de compression du béton et de traction des aciers dans une section de béton armé soumise à un moment de flexion ;
- contraintes de cisaillement dues à l'effort tranchant ;
- déformations (*exemples* : flèche des éléments).

1. Moment statique (rappels)

Théorème

Le moment statique d'une surface plane par rapport à un axe passant dans son plan est égal au produit de l'aire de cette surface par la distance de son centre de gravité (ou centre de surface) à l'axe considéré :

$$M_s / Ox = S \cdot y_G$$

$$M_s / Oy = S \cdot x_G$$

Propriétés

Si l'axe Ox passe par le centre de gravité $\rightarrow M_s / Ox = 0$

Si l'axe Oy passe par le centre de gravité $\rightarrow M_s / Oy = 0$

Principe de calcul pour une section homogène

Prenez une section en T pour servir d'exemple :

Aire élémentaire	Distance du C.D.G. à l'axe Ox	Produit
A_1	y_1	$A_1 \cdot y_1$
A_2	y_2	$A_2 \cdot y_2$
A_3	y_3	$A_3 \cdot y_3$

$$M_s / Ox = \sum A_i \cdot y_i = S \cdot y_G$$

$$\text{On en déduit } y_G = \frac{M_s / Ox}{S}$$

Unités usuelles	
Aire totale S	cm^2
Ordonnée y	cm
Abscisse x	cm
Moment statique M_s	cm^3

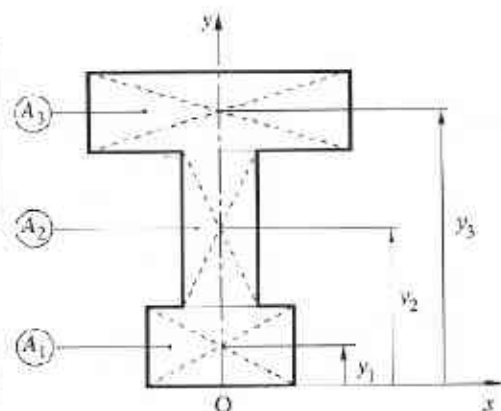


Fig. 1

2. Moment quadratique (rappels)

Définition

Le moment quadratique d'un élément de surface plane par rapport à un axe Ox , situé dans son plan, est égal au produit de l'aire ds de cet élément par le carré de sa distance à l'axe considéré Ox .

Le moment quadratique de la surface plane S contenant tous les éléments d'aire ds , par rapport à l'axe Ox , est égal à la somme des moments quadratiques élémentaires:

$$I_{Ox} = \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} y^2 ds$$

Méthode de calcul

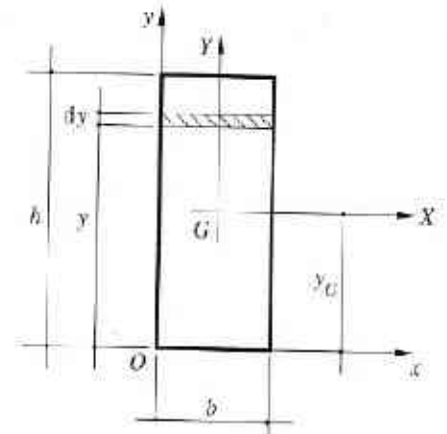
Traisons un exemple simple, le cas de la section rectangulaire

- Calculons le moment quadratique par rapport à l'axe Ox
 - Soit un élément de surface d'aire $ds = b \cdot dy$
- Sa distance à l'axe Ox est y qui varie entre 0 et h .

$$I_{Ox} = \int_0^h y^2 ds = \int_0^h y^2 \cdot b \cdot dy$$

$$I_{Ox} = \frac{b \cdot h^3}{3}$$

Remarque: on obtient de même $I_{Oy} = \frac{h \cdot b^3}{3}$



(1)

Fig. 2

Théorème de Huyghens

Le moment quadratique d'une surface plane S , par rapport à un axe Ox de son plan, est égal à la somme:

- du moment quadratique I_{GX} de cette surface par rapport à l'axe GX , parallèle à Ox et passant par le C.d.G. (fig. 2);
- du produit de l'aire de la surface S par le carré de la distance y_G du centre de gravité à l'axe Ox .

$$I_{Ox} = I_{GX} + S \cdot y_G^2$$

(2)

Application à la section rectangulaire pour déterminer I_{GX}

$$I_{GX} = I_{Ox} - S \cdot y_G^2$$

$$I_{GX} = \frac{bh^3}{3} - b \cdot h \left(\frac{h}{2} \right)^2 \quad \text{d'où} \quad I_{GX} = \frac{bh^3}{12}$$

(3)

3. Tableau des caractéristiques des sections courantes

Forme de la section	Aire	Centre de gravité	Moment quadratique
	<p>Rectangle</p> $A = b \times h$	<p>Position de G</p> $v_1 = \frac{h}{2} = v_2$	<p>Par rapport au C.d.G. :</p> $I_{X'X} = \frac{bh^3}{12}$ <p>Par rapport à la base :</p> $I_{X'z} = \frac{bh^3}{3}$
	<p>Triangle</p> $A = \frac{b \times h}{2}$	$v_2 = \frac{2}{3}h$ $v_1 = \frac{h}{3}$	$I_{X'X} = \frac{bh^3}{36}$ $I_{X'z} = \frac{bh^3}{12}$
	<p>Disque</p> $A = \frac{\pi D^2}{4}$	$v_1 = \frac{D}{2} = r$	$I_{X'X} = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{\pi r^4}{4}$

Remarque: le rayon de giration est tel que: $r_{G'z}^2 = \frac{I_{G'z} \text{ (moment quadratique)}}{A \text{ (aire de la section)}}$ soit $r_{G'z} = \sqrt{\frac{I_{G'z}}{A}}$

D'APPLICATIONS NUMÉRIQUES

- Calculer en utilisant le tableau ci-dessus: S, v_1, I_{GX}, I_{Ox} .
- Masquer les résultats indiqués.
- Contrôler les résultats obtenus.

EXERCICE

EXERCICE

Section	Résultats	Section	Résultats
	$A = 640 \text{ cm}^2$ $v_1 = 20 \text{ cm}$ $I_{GX} = 85\,333 \text{ cm}^4$ $I_{Ox} = 341\,333 \text{ cm}^4$		$A = 640 \text{ cm}^2$ $v_1 = 8 \text{ cm}$ $I_{GX} = 13\,653 \text{ cm}^4$ $I_{Ox} = 54\,613 \text{ cm}^4$
	$A = 640 \text{ cm}^2$ $v_1 = 13,33 \text{ cm}$ $I_{GX} = 56\,889 \text{ cm}^4$ $I_{Ox} = 170\,667 \text{ cm}^4$		$A = 640 \text{ cm}^2$ $v_1 = 14,28 \text{ cm}$ $I_{GX} = 32\,659 \text{ cm}^4$

4. Section en forme de T

Établissons les formules pour calculer y_G et I_{GX} dans une section homogène en T dans le cas où $y_G > h_0$.

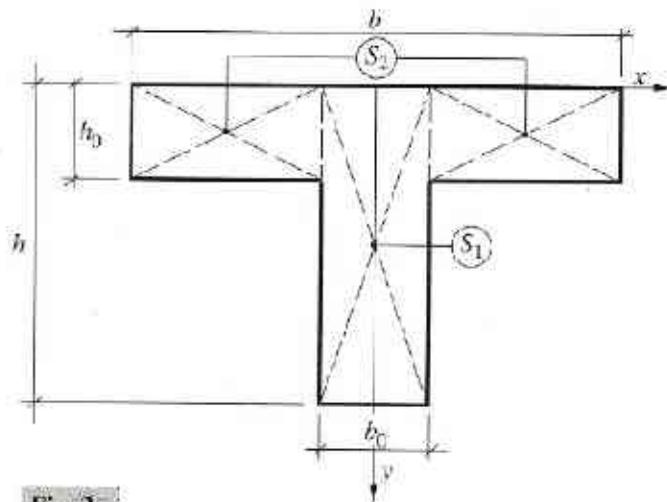


Fig. 3
Calcul de y_G

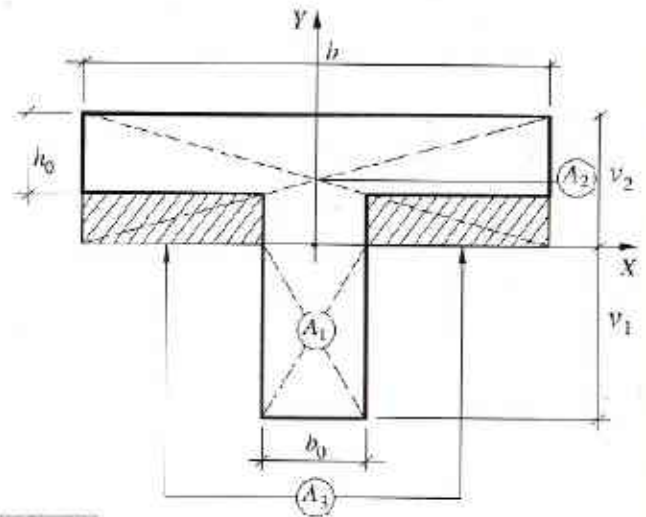


Fig. 4
Calcul de I_{GX}

Calcul de y_G (ou v_2)			Calcul de I_{GX} en fonction de v_1 et de v_2	
Aires	Distance du C.d.G. à l'axe Ox	Produit	Aires	$I_{GX} = I_1 + I_2 + I_3$
$S_1 = b_0 \cdot h$	$\frac{h}{2}$	$\frac{b_0 h^2}{2}$	$A_1 = b_0 \cdot v_1$	$I_1 = \frac{b_0 \cdot v_1^3}{3}$
$S_2 = (b - b_0) h_0$	$\frac{h_0}{2}$	$\frac{(b - b_0) h_0^2}{2}$	$A_2 = b \cdot v_2$	$I_2 = \frac{b \cdot v_2^3}{3}$
$S = S_1 + S_2$	$M_s / Ox = \frac{b_0 h^2 + (b - b_0) h_0^2}{2}$		$A_3 = (b - b_0)(v_2 - h_0)$	$I_3 = (b - b_0) \frac{(v_2 - h_0)^3}{3}$
$y_G = \frac{b_0 h^2 + (b - b_0) h_0^2}{2S} = v_2$			$I_{GX} = \frac{b_0 \cdot v_1^3}{3} + \frac{b \cdot v_2^3}{3} - (b - b_0) \frac{(v_2 - h_0)^3}{3}$	
NB. Choix de l'axe Ox passant par l'arrête supérieure de la section.			NB. Choix de l'axe GX passant par le C.d.G. Les rectangles hachurés d'aire totale A_3 sont à déduire dans les calculs.	

Exemple numérique avec :

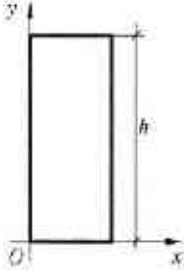
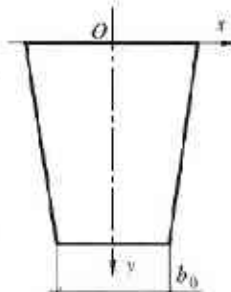
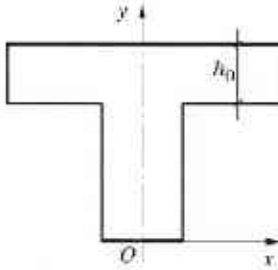
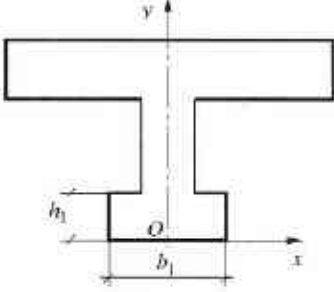
$$b_0 = 20 \text{ cm}; \quad b = 80 \text{ cm}; \quad h_0 = 18 \text{ cm}; \quad h = 78 \text{ cm}.$$

L'application des formules ci-dessus donne :

$$y_G = 26,73 \text{ cm} \quad \text{et} \quad I_{GX} = 1\,394\,443 \text{ cm}^4.$$

D'ASSIMILATION

- Choix préalable d'un référentiel Ox, Oy .
- Choix de surfaces élémentaires.
- Détermination de y_G avec le moment statique.
- Utilisation du théorème de Huyghens pour I_{GX} ou I_{Ox} .

Rectangle	Trapèze	Té	Section en «I»
 <p>$b = 15 \text{ cm}$ $h = 45 \text{ cm}$</p>	 <p>$b = 30 \text{ cm}$ $b_0 = 20 \text{ cm}$ $h = 45 \text{ cm}$</p>	 <p>$b = 50 \text{ cm}$ $b_0 = 20 \text{ cm}$ $h = 45 \text{ cm}$ $h_0 = 12 \text{ cm}$</p>	 <p>$b = 65 \text{ cm}$ $b_0 = 15 \text{ cm}$ $b_1 = 22 \text{ cm}$ $h = 45 \text{ cm}$ $h_0 = 10 \text{ cm}$ $h_1 = 15 \text{ cm}$</p>
Réponses			
<p>$I_{Ox} = 455\,625 \text{ cm}^4$ $I_{GX} = 113\,906 \text{ cm}^4$</p>	<p>$v_1 = 21 \text{ cm}$ $I_{Ox} = 683\,438 \text{ cm}^4$ $I_{GX} = 187\,313 \text{ cm}^4$</p>	<p>$v_1 = 27,214 \text{ cm}$ $I_{Ox} = 1\,159\,380 \text{ cm}^4$ $I_{GX} = 226\,202 \text{ cm}^4$</p>	<p>$v_1 = 28,105 \text{ cm}$ $I_{Ox} = 1\,267\,667 \text{ cm}^4$ $I_{GX} = 256\,606 \text{ cm}^4$</p>

5. Application aux sections courantes de béton armé

Principes de calcul (préliminaires indispensables)

- 1° Le béton tendu est négligé dans les calculs du C.d.G. et de I_G (sauf cas particuliers).
- 2° Le moment quadratique des aciers I_A par rapport à l'axe passant par leur propre centre de gravité est également négligé.
- 3° La section d'acier est prise équivalente à une section fictive de béton:

coefficient d'équivalence n pris égal à 15.

Exemple

Section d'acier constituée par:

$$4 \text{ H A } 14 + 4 \text{ H A } 16 \rightarrow \text{Section totale } A_s = 14,20 \text{ cm}^2$$

Section fictive équivalente en béton: $A_s \times 15$

$$\text{Soit: } 14,20 \text{ cm}^2 \times 15 = 213 \text{ cm}^2$$

- 4° La hauteur utile de la section (symbole d) est égale à la distance de la fibre la plus comprimée du béton au C.d.G. des aciers tendus.

Remarques

1. La hauteur utile de la section, symbole d , est prise égale à la distance entre le C.d.G. des aciers tendus et la fibre la plus comprimée de la section.

2. Rappel: le moment statique par rapport à un axe passant par le C.d.G. de la section est nul

$$\sum M_x / GX = 0$$

(équation du second degré en Y dite du «Moment statique»).

Cas d'une section rectangulaire (fig. 5)

On veut calculer $y_G = Y$ et I_{GX} :

Position de l'axe passant par le C.d.G.		
Aire élémentaire	Distance algébrique du C.d.G. à l'axe GX	Moment statique
$S_1 = b \cdot Y$	$\frac{Y}{2}$	$\frac{b \cdot Y^2}{2}$
$S_2 = n \cdot A_s$	$-(d - Y)$	$-n \cdot A_s (d - Y)$
$\sum M_s / GX = 0 \rightarrow \frac{b \cdot Y^2}{2} - n \cdot A_s (d - Y) = 0$		

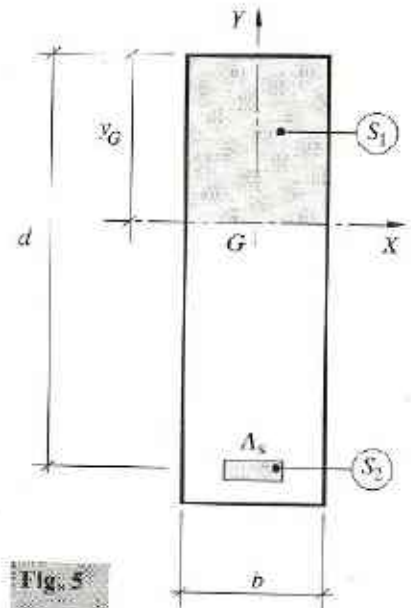


Fig. 5

Section B.A. rectangulaire

Calcul de I_{GX} , par application du théorème de Huyghens et en tenant compte des principes de calcul pour les sections B.A.:

$$I_{GX} = \frac{b \cdot Y^3}{3} - n \cdot A_s (d - Y)^2$$

Exemple numérique avec:

$$b = 18 \text{ cm}; \quad d = 45 \text{ cm}; \quad A_s = 8,04 \text{ cm}^2$$

Par utilisation des deux formules précédentes, on trouve:

$$Y = y_G = 18,75 \text{ cm}; \quad I_{GX} = 122\,652 \text{ cm}^4$$

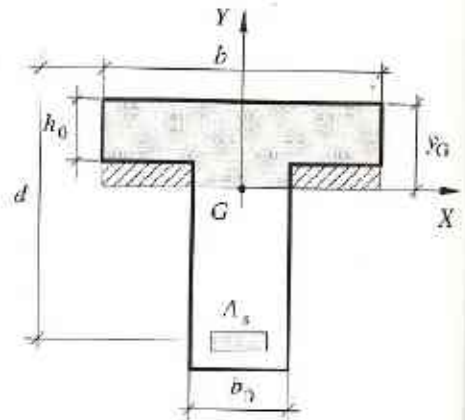


Fig. 6

Section B.A. en T

Cas d'une section en forme de T (fig. 6)

Étudions le cas où $Y = y_G > h_0$

Remarque: Si $y_G < h_0$, il s'agit d'une section rectangulaire en raison de la zone de béton tendu, non prise en compte dans les calculs.

Équation du moment statique			Moment quadratique I_{GX}	
Aire	Distance	Moment statique	Aire	Expression de I_{GX}
$b \cdot Y$	$\frac{Y}{2}$	$\frac{b \cdot Y^2}{2}$	$b \cdot Y_1$	$\frac{b \cdot Y^3}{3}$
$(b - b_0) (Y - h_0)$	$\frac{(Y - h_0)}{3}$	$(b - b_0) \frac{(Y - h_0)^2}{2}$	$(b - b_0) (Y - h_0)$	$(b - b_0) \frac{(Y - h_0)^3}{3}$
$n \cdot A_s$	$-(d - Y)$	$-n \cdot A_s (d - Y)$	$n \cdot A_s$	$n \cdot A_s (d - Y)^2$
$\sum M_s / GX = 0 \rightarrow$			Total des valeurs algébriques:	
$\frac{b \cdot Y^2}{2} - (b - b_0) \frac{(Y - h_0)^2}{2} - n \cdot A_s (d - Y) = 0$			$I_{GX} = \frac{bY^3}{3} - (b - b_0) \frac{(Y - h_0)^3}{3} + n \cdot A_s (d - Y)^2$	

Exemple numérique : section en T, en matériau homogène

$$b = 80 \text{ cm}; \quad b_0 = 20 \text{ cm}; \quad h_0 = 12 \text{ cm}; \quad d = 72 \text{ cm}$$

L'application des formules précédentes (p. 18) donne :

$$y_G = 17,708 \text{ cm}; \quad I_{GX} = 772\,197 \text{ cm}^4$$

D'ASSIMILATION

EXERCICE

Sections rectangulaires		Section en T	
Données	Réponse	Données	Réponse
$b = 20 \text{ cm}$ $d = 60 \text{ cm}$ $A_s = 4 \text{ HA } 20$	$y_G = 25,5 \text{ cm}$ $I_{GX} = 334\,964 \text{ cm}^4$	$b = 80 \text{ cm}$ $b_0 = 20 \text{ cm}$ $h_0 = 12 \text{ cm}$ $d = 60 \text{ cm}$	$y_G = 26,25 \text{ cm}$ $I_{GX} = 1\,202\,897 \text{ cm}^4$
$b = 15 \text{ cm}$ $d = 55 \text{ cm}$ $A_s = 3 \text{ HA } 16$	$y_G = 20,42 \text{ cm}$ $I_{GX} = 150\,731 \text{ cm}^4$	$A_s = 1 \text{ HA } 20$ $+ 8 \text{ HA } 25$ totalisant 42,41 cm ²	

4

Actions permanentes et variables

But

Il s'agit de déterminer la nature et l'intensité des différentes charges ou actions qui agissent sur une structure et en particulier sur l'un de ses éléments (exemples : poteau, poutre, plancher, fondation, etc.).

Démarche proposée

- Analyser les actions permanentes et variables pour les combinaisons de charges à l'E.L.U. ou à l'E.L.S.
- Utiliser les extraits de normes et fiches techniques des fabricants qui indiquent :
 - les poids volumiques ou surfaciques,
 - les charges d'exploitation.
- Évaluer les charges sur les éléments porteurs compte tenu du cahier des prescriptions techniques du maître d'œuvre.

1. Nature des actions (B.A.E.L. A3)

Actions permanentes

(symbole général G)

Symboles et désignation

- G_1 : Poids propre des structures, maçonneries ou béton armé
Exemple : fondations, murs.
- G_2 : Poids des autres éléments de la construction
Exemple : couverture, charpente, carrelages.
- G_3 : Forces exercées par la poussée des terres ou la pression des liquides
Exemple : cas des murs de sous-sol.
- G_4 : Déformation différées dans le temps
Exemple : celles causées par le retrait du béton.

Actions variables

(symbole général Q)

Symboles et désignation

- Q_1 : Charges d'exploitation
Exemple : charges uniformément réparties sur les planchers (symbole Q_B)
- Q_2 : Charges climatiques
- action du vent (symbole W)
 - action de la neige (symbole S_n)
- Q_3 : Action de la température, (symbole T)
Coefficient de dilatation du béton armé : 10^{-5}
- Q_4 : Actions passagères en cours d'exécution
Exemple : dépôts de palettes de matériaux.

EXERCICE D'ASSIMILATION 1

Désigner par le symbole correspondant, la charge permanente ou variable, dans la liste ci-contre :

Liste des actions

• Plancher B.A.	→	type d'action	G_1
• Voile B.A.	→	?	G_1
• Coffre-fort sur plancher	→	?	Q_1
• Cloisons sur plancher	→	?	G_2
• Poutre B.A.	→	?	G_1
• Charpente bois ou métal	→	?	G_2
• Chauffe-eau 200 dm ³	→	?	Q_1
• Neige sur versant ou terrasse	→	?	S_n
• Personnes sur planchers	→	?	Q_1
• Voitures (actions des roues)	→	?	Q_1

Masquer les réponses ci-dessous et contrôler les vôtres. ↓

2. Évaluation des charges permanentes (Extraits NF P 06-004)

2.1 Matériaux de construction

Béton armé	25 000 N/m ³	
Acier	78 500 N/m ³	
Maçonneries de moellons	23 000 N/m ³	
Calcaire compact	28 000 N/m ³	
Bois {	conifères	6 000 N/m ³
	feuillus	8 000 N/m ³
	tropicaux durs	10 000 N/m ³
Autres éléments (poids par m ² et par cm d'épaisseur)		
Carreaux de plâtre	: 100 N/m ² /cm	
Enduit de plâtre	: d ^e	
Enduit de mortier hydraulique	: 180 N/m ² /cm	
Complexes isolants	: voir fiches des fabricants	

2.2 Éléments constitutifs des maçonneries

Désignation	Ep ^r (cm)	Poids (N/m ²)	
Briques pleines	5,5	1 050	
	10,5	2 000	
Briques creuses	15	1 300	
	20	1 750	
	25	2 050	
Blocs pleins en béton de gravillons lourds	15	3 150	
	20	4 200	
Blocs creux en béton de gravillons lourds	15	2 000	
	20	2 700	
Blocs pleins de béton cellulaire	15	1 200	
	20	1 600	
	25	2 050	
Pierre de taille:			
	- parois pleines	20	5 300
	- auto-portant	8	2 200
- attaché	3	800	

2.3 Poids des éléments constitutifs des planchers

- Dalles pleines : 250 N/m²/cm d'épaisseur
Exemple : dalle B.A. de 18 cm d'ép^r → 4 500 N/m²

- Planchers à poutrelles préfabriquées et entrevous
(voir fiches des fabricants : exemple P.P.B.)

A titre indicatif, le poids, en N/m², dépend des épaisseurs et des entrevous utilisés :

Poids en N/m ² des planchers courants avec : poutrelles + entrevous + table de compression (ép ^r : 4 à 5 cm)			
Type (ép ^r en cm)	Entrevous		
	Béton	Polystyrène	Terre cuite
12 + 4	2 500	1 700	2 300
16 + 4	2 850	2 000	2 600
20 + 4	3 300	2 100	3 000

2.4 Revêtements des planchers

- **Chape en mortier**
ou dalle flottante : $200 \text{ N/m}^2/\text{cm d'ép}$
Exemple : chape de 4 cm d'ép $\rightarrow 800 \text{ N/m}^2$
- **Carrelages scellés y compris mortier de pose** :
- grès cérame ép^r 9 mm : 900 N/m^2
- marbre ép^r 12 mm à 15 mm : $1\,000 \text{ N/m}^2$
- **Parquets de 23 mm**
y compris lambourdes : 250 N/m^2
- **Sols minces textiles (moquettes)** : 80 N/m^2

2.5 Toitures

- **Terrasses**
 - Étanchéité multicouche : 120 N/m^2
 - Asphalte coulé sablé : 500 N/m^2
 - Gravillons pour protection d'étanchéité : 200 N/m^2
- **Autres toitures**
 - Support de couverture
 - liteaux sapin : 30 N/m^2
 - voligeage sapin : 100 N/m^2
 - chevrons sapin (60 X 80) : 70 N/m^2
 - Couvertures en ardoises (lattis et voligeage compris) : 300 N/m^2
 - Couvertures en tuiles (liteaux compris) : $500 \text{ à } 750 \text{ N/m}^2$

2.6 Cloisons de distribution

Cloisons légères, non porteuses, de masse $< 2\,500 \text{ N/m}$

Elles sont prises en compte comme une charge permanente uniformément répartie.

On admet : 500 N/m^2 .

EXERCICE D'ASSIMILATION 2

Évaluer les charges permanentes par m^2 de plancher suivant les données ci-contre :

Locaux d'habitation

- Dalle pleine en B.A. épaisseur 16 cm $\rightarrow 4\,000 \text{ N/m}^2$
 - Dalle flottante d'épaisseur 5 cm $\rightarrow 1\,000 \text{ N/m}^2$
 - Revêtement moquette $\rightarrow 80 \text{ N/m}^2$
 - Cloison de distribution, type Placopan $\rightarrow 500 \text{ N/m}^2$
- 5 580 N/m^2

3. Évaluation des charges d'exploitation (Extraits NF P 06-001)

Nature et destination du local	Charges d'exploitation en N/m^2	Nature et destination du local	Charges d'exploitation en N/m^2
Bâtiments à usage d'habitation		Bâtiments scolaires et universitaires	
Logement y compris combles aménageables	1 500	Salles de classe, dortoirs, sanitaires collectifs	2 500
Balcons	3 500	Ateliers, laboratoires (matériel lourd exclu)	2 500
Escaliers (marches isolées exclues)	2 500	Circulation, escaliers	4 000
Greniers proprement dits	2 500	Bibliothèques, salles de réunion	4 000
Bâtiments de bureaux		Cuisines collectives	5 000
Bureaux proprement dits	2 500	Bâtiments hospitaliers et dispensaires	
Circulations et escaliers	2 500	Chambres	1 500
Halls de réception	2 500	Circulation interne	2 500
Halls à guichet	4 000	Locaux médicotechniques (salles de travail et d'opérations)	3 500

Cas des terrasses (voir D.T.U. n° 43)

Terrasses non accessibles	1 000 N/m ²
Terrasses accessibles privées	1 500 N/m ²
Terrasses accessibles au public	5 000 N/m ²

Cas des marches préfabriquées indépendantes en porte-à-faux

Chacune doit résister à :

- une charge concentrée de 5 000 N, à l'extrémité de la marche, si la portée est inférieure à 1,10 m et l'escalier non accessible au public ;
- une charge $Q = 10\ 000\ \text{N}$, répartie, si la portée est $> 1,10\ \text{m}$ et l'escalier non accessible au public ;
- une charge $Q = 15\ 000\ \text{N}$, répartie, si la portée est $> 1,10\ \text{m}$ et l'escalier accessible au public.

D'ASSIMILATION 3

Données

- Bâtiment à usage d'habitation avec ascenseur et escalier de service (volées droites préfabriquées)
- Les séjours disposent, en façade, de balcons
- Les planchers sont en dalle pleine B.A.
- La terrasse B.A. est non accessible

Évaluer les charges d'exploitation

• Terrasse	→	1 000 N/m ²
• Plancher	→	1 500 N/m ²
• Balcons	→	3 500 N/m ²
• Escaliers	→	2 500 N/m ²

4. Application: calcul d'une descente de charges

Remarque préliminaire

La loi de dégression des charges d'exploitation n'est applicable qu'aux bâtiments d'habitation dont le nombre d'étages est supérieur à 5 en général (NF P 06-001).

Descriptif succinct

- Bâtiment d'habitation
- Fondations par semelles continues en B.A.
- Murs de façade en blocs creux de béton en gravillons lourds hourdés au mortier de ciment avec potelets raidisseurs incorporés et chaînages horizontaux
- Voile B.A. pour refend: ép^r 16 cm
- Plancher B.A. avec poutrelles préfabriquées et table de compression: type (16 + 4)
- Plancher-terrace B.A. non accessible au public et avec protection lourde comprise: 5 000 N/m²
- Étanchéité multicouche: 120 N/m²

Vérifier les valeurs prises pour les charges permanentes et d'exploitation.

Contrôler les résultats obtenus pour les pressions exercées sur le sol de fondation dans le cas du mur de façade et du refend porteur.

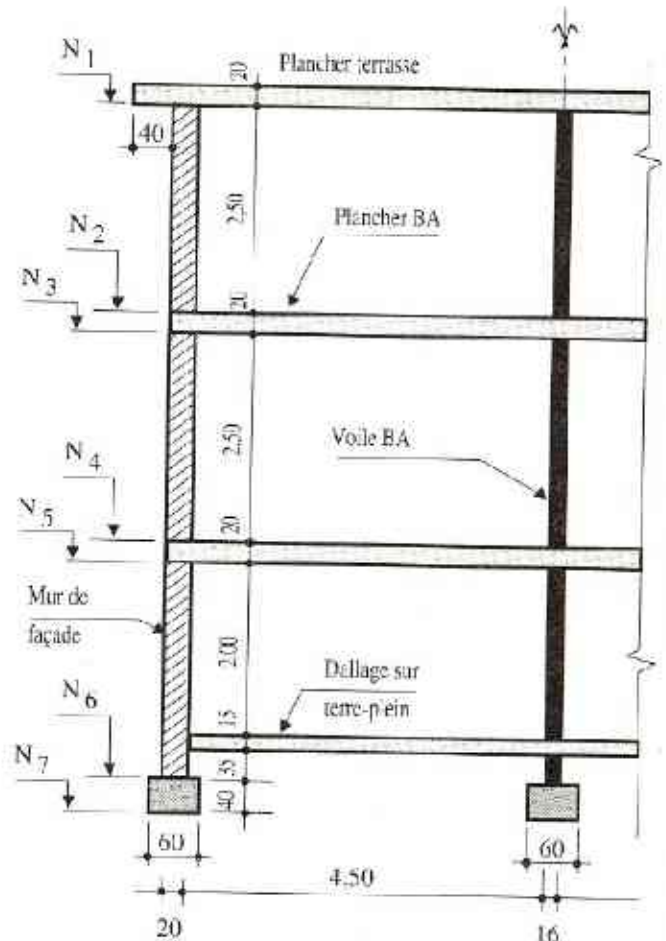


Fig. 1 Coupe schématique de la structure porteuse

Étapes du calcul

- Sélectionner une tranche de bâtiment de longueur 1,00 m (sans baie) et sur la hauteur totale du bâtiment.
- Considérer chaque travée de plancher indépendante (exemple : le refend porte une moitié de travée de part et d'autre).
- Différencier les charges permanentes et celles d'exploitation.
- Effectuer la descente de charges niveau par niveau par calcul cumulé à partir du haut.
- Calculer la pression exercée sur le sol :
 - sans coefficient de pondération,
 - avec coefficients de pondération.



Fig. 2 Schéma de principe

Descente de charge pour le mur de façade

Niveau	Désignation des ouvrages	Charges permanentes G						Charges d'exploitation Q				
		L	l	H	Poids unité	Total	Cumul	L	l	Poids unité	Total	Cumul
N1	Étanchéité	2,85	1,00		120	342						
	Terrasse B. A.	2,85	1,00		5 000	14 250	14 592	2,85	1,00	1 000	2 850	2 850
N2	Mur de façade	1,00		2,50	2 700	6 750	21 342					2 850
N3	Plancher B. A.	2,45	1,00		2 850	6 983	28 325	2,25	1,00	1 500	3 375	6 225
N4	Mur de façade					6 750	35 075					6 225
N5	Plancher B. A.					6 983	42 058				3 375	9 600
N6	Mur de façade					6 750	48 808					9 600
N7	Semelle B. A.	1,00	0,60	0,40	25 000	6 000	54 808					9 600

- Pression exercée sur le sol de fondation sans application des coefficients de pondération :

$$\sigma = \frac{G + Q}{S} = \frac{54\,808 + 9\,600}{600 \times 1\,000} = 0,107 \text{ N/mm}^2, \text{ ou } 0,107 \text{ MPa}$$

- Avec coefficients de pondération :

$$\sigma = \frac{1,35 G + 1,50 Q}{S} = 0,147 \text{ MPa}$$

Descente de charge pour le refend porteur (voiles B.A.)

Calcul direct pour obtenir la contrainte exercée sur le sol

Charges permanentes

Étanchéité	559 N
Plancher-terrasse	23 300 N
Planchers B.A.	26 562 N
Voiles	30 000 N
Semelle B.A.	6 000 N
TOTAL	86 421 N

Charges d'exploitation

Sur terrasse	4 660 N
Sur planchers	13 500 N
	18 160 N

- Sans coefficient de pondération :

$$(G + Q) = 104\,581 \text{ N}$$

Contrainte exercée sur le sol : $\sigma_{\text{sol}} = 0,174 \text{ MPa}$

- Avec coefficients de pondération :

$$(1,35 G + 1,50 Q) = 143\,908 \text{ N}$$

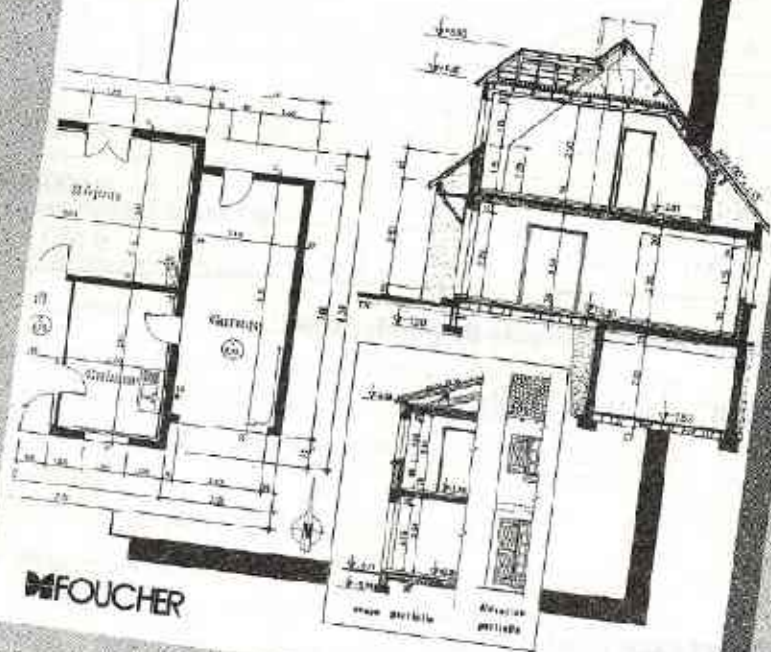
Contrainte exercée sur le sol : $\sigma_{\text{sol}} = 0,240 \text{ MPa}$

DESSIN TECHNIQUE ET LECTURE DE PLAN

H. RENAUD

H. RENAUD

DESSIN TECHNIQUE & LECTURE DE PLAN BATIMENT / GROS ŒUVRE



Ce manuel pratique aborde le dessin technique appliqué au Bâtiment à partir d'exemples concrets et de lectures de plans. Il propose : la visualisation des problèmes à traiter par des schémas perspectifs; l'acquisition et l'utilisation des conventions de représentations; des applications multiples sous la forme de lectures de plans et coupes, schémas ou croquis. De nombreux questionnaires-tests avec réponses complètent chacun des 22 thèmes d'étude abordés.

144 pages
Format : 21 x 29,7 cm

FOUCHER

5

Calcul des sollicitations

But

Il s'agit de connaître et d'appliquer les modalités de calcul des sollicitations dans une ou plusieurs sections d'un élément B.A. (semelles de fondation, poteau, poutre, dalle, etc.)

Ces sollicitations (efforts, moments de flexion etc.) proviennent:

- des actions permanentes
 - des actions variables
- } étudiées aux chapitres précédents

dans une section donnée d'un élément de la structure B.A.

Démarche

Les sollicitations sont calculées par application:

- de principes et de méthodes de résistance des matériaux en tenant compte du règlement B.A.E.L. pour les combinaisons d'actions à l'E.L.U.R. et à l'E.L.S.
- des méthodes spécifiques préconisées dans le règlement B.A.E.L. ou les D.T.U. (Documents Techniques Unifiés).

Exemple: Méthode forfaitaire pour le calcul des poutres et dalles de planchers.

1. Principe

Isoler l'élément de structure B.A. considéré

Faire l'inventaire des actions permanentes et variables

Calculer les sollicitations dans une section S

Efforts

Moments

- Effort tranchant, symbole V

Exemple: cas des poutres

- Effort normal, symbole N

Exemple: cas des poteaux

- Moment de flexion: symbole général M

- symbole M_d à l'E.L.U.

- symbole M_{ser} à l'E.L.S.

Exemple: cas des poutres et des planchers

Éléments courants des structures B.A. (B.A.E.L. B1 à B9)

Ce sont les fondations, poteaux, poutres, soumis uniquement aux actions verticales:

- des charges permanentes G ,
- des charges d'exploitation Q ,

à l'exclusion de toute action climatique, telle que la neige ou le vent.

2. Combinaisons d'actions

Cas des fondations (B.A.E.L. B9.2)

Combinaison d'actions: $1,35 G + 1,50 Q$

Remarque: le calcul des fondations s'effectue généralement pour les cas simples par la méthode des bielles suivant D.T.U. 13.1

Cas des poteaux (B.A.E.L. B2.8.2,11)

Dans les cas les plus courants (poteaux de bâtiment, d'angle, de rive, intérieurs), l'unique combinaison d'actions à considérer est:

$$1,35 G + 1,50 Q$$

Cas des planchers: poutres ou dalles

• Cas d'une seule travée sans porte-à-faux:

E.L.U.R.	E.L.S.
$1,35 G + 1,50 Q$	$G + Q$

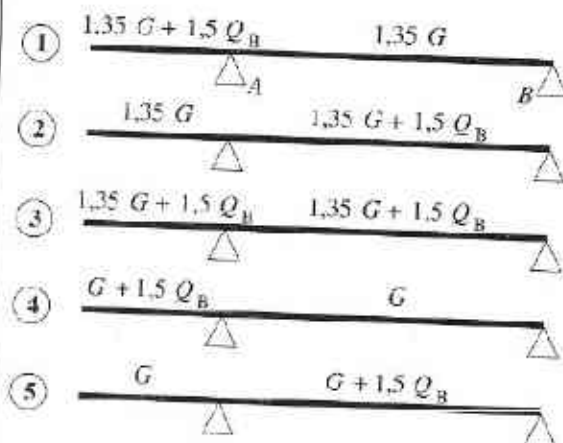
• Cas de plusieurs travées sans porte-à-faux:

État	Travées chargées	Travées déchargées
E.L.U.	$1,35 G + 1,50 Q_B$ $G + 1,50 Q_B$	$1,35 G$ G
E.L.S.	$G + Q_B$	G

Cas d'une poutre reposant sur deux appuis, prolongée par un porte-à-faux (B.A.E.L. B.6.1, 22)

Combinaisons à considérer

• aux états limites E.L.U.R.



But recherché dans chacun des cas de chargement

- Moment de flexion maximal sur l'appui A: M_{tA}
- Moment de flexion maximal en travée AB: $M_{0(AB)}$
- Valeur maximale de l'action de l'appui A sur la poutre: R_A
- Longueur des armatures en chapeaux du côté de la travée
- Éventuellement déterminant pour le moment maximal positif en travée

Remarque (B.A.E.L. B3.3): la 4^e combinaison est prise en considération pour la justification de l'équilibre statique mais avec $0,9 G$ dans la travée adjacente au porte-à-faux.

• aux états limites E.L.S.



- Moment de flexion maximal en travée sur l'appui A: M_{serA}
- Moment de flexion maximal en travée AB: $M_{ser(AB)}$

Remarque: pour les bâtiments courants soumis aux actions permanentes et variables avec charges climatiques (neige et vent) se reporter au B.A.E.L. Annexe D.2.2).

3. Applications

Le premier cas proposé concerne l'assimilation des contenus du présent chapitre.

Le deuxième cas nécessite de :

- rechercher les poids unitaires des éléments constitutifs dans le chapitre 4, ainsi que les charges d'exploitation ;
- procéder par utilisation du formulaire des poutres du chapitre 2.

Le troisième cas a pour objet le calcul des sollicitations par étapes en utilisant le principe de superposition.

1^{er} cas : poutre continue à deux travées

- Analyser les combinaisons de chargement n° 1 à 4 ci-dessous.
- Indiquer l'intérêt de chaque combinaison pour le calcul des sollicitations : action des appuis et moment de flexion (max. ou min. ?).

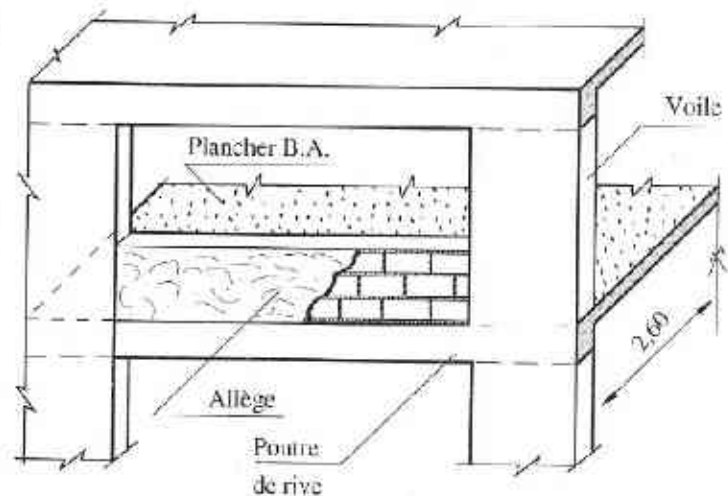
Cas de charge	Réponses
	- Moment maximal négatif sur l'appui B et R_B maximal
	- Moment maximal positif en travée AB et moment minimal en travée BC
	- Moment maximal positif en travée BC et moment minimal en travée AB
	- Moment minimal négatif sur l'appui B

2^e cas : poutre de rive d'un collectif

Calculer numériquement les moments de flexion sur appuis et en travées d'une poutre de rive encastree à chacune de ses extrémités.

Données

- Section de poutre: 16 cm × 50 cm
- Portée entre appuis (voiles B.A.): 4,40 m
- Dalle B.A. ép: 18 cm
- Portée de la dalle: 5,20 m
- Allège en blocs creux de béton, ép: 15 cm
- Hauteur d'allège: 90 cm
- Enduit mortier sur allège, ép: 1 cm



Étapes du calcul

- Déterminer la charge permanente par mètre de longueur de poutre due au poids propre des éléments : poutre, dalle, allège.
- Procéder de même pour la charge d'exploitation.

Réponse

• Charges permanentes p. m.

Poutre :	2 000 N/m
Dalle :	11 700 N/m
Allège :	1 800 N/m
Enduit :	162 N/m
Total	$g = 15 662 \text{ N/m}$

• Charges variables p. m.

Avec $1 500 \text{ N/m}^2$ pour local d'habitation, on a :
 $q = 3 900 \text{ N/m}$

- Effectuer la combinaison d'action suivant les états considérés.

- Utiliser le formulaire des poutres : cas n° 9

NB. Calcul aux états limites (E.L.U.R. et F.L.S.)

• Moments à l'E.L.S.

avec $s = g + q = 19 562 \text{ N/m}$, il vient :

$$M_A = M_B = -\frac{sL^2}{12} = -31 560 \text{ Nm}$$

$$\text{et } M_0 = +\frac{sL^2}{24} = +15 780 \text{ Nm}$$

• Moments à l'E.L.U.R.

avec $s = 1,35g + 1,5q = 26 944 \text{ N/m}$, il vient :

$$M_A = M_B = -\frac{sL^2}{12} = -43 500 \text{ Nm}$$

$$\text{et } M_0 = +\frac{sL^2}{24} = +21 775 \text{ Nm}$$

3^e cas : poutre principale de plancher

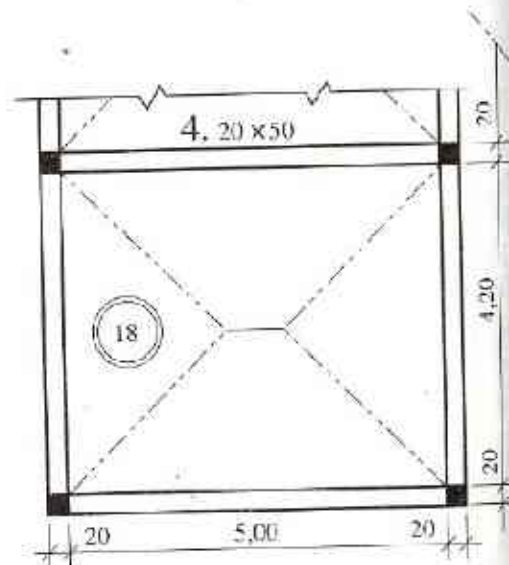
Calculer les sollicitations à l'E.L.U.R. pour la poutre de plancher n° 4 de la figure ci-contre, de section $20 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$.

Données

- Plancher B.A. constitué par des poutres de section 20×50 et une dalle épaisse de 18 cm d'épaisseur.
- Portées des poutres : 5,00 m.
- Surface des travées : $4,20 \times 5,00 \text{ m}$.
- Chaque poutre intérieure supporte une partie de la dalle en forme de trapèze régulier de part et d'autre de la nervure (lignes de partage inclinées à 45°).
- Le bâtiment est à usage de bureaux.

Étapes du calcul

- Calculer les charges permanentes et d'exploitation par mètre de poutre.
- Utiliser le formulaire pour les cas de chargement :
 - uniformément réparti.
 - en trapèze régulier.
- Tenir compte de la combinaison de charge à l'E.L.U.R.
- Cumuler les résultats partiels.

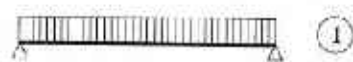


Réponse

Remarque préliminaire: les valeurs auxiliaires s'obtiennent facilement Par exemple: poids propre de la poutre par mètre:

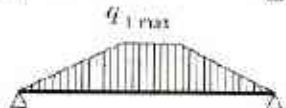
• **Charge permanente pondérée par mètre**

– Poutre seule: $1,35 \times 2\,500 \text{ N/m} = 3\,375 \text{ N/m}$



①

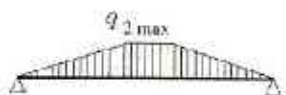
– Dalle en trapèze: $1,35 \times q_{1\text{max}} = 25\,515 \text{ N/m}$



②

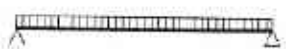
• **Charge d'exploitation pondérée par mètre**

– Dalle en trapèze: $1,5 \times q_{2\text{max}} = 1,5 \times 10\,500 = 15\,750 \text{ N/m}$



③

– Poutre seule: $1,5 (0,20 \times 1,00 \times 2\,500) = 750 \text{ N/m}$



④

Calcul des sollicitations, formulaire des poutres cas 1 et 3

Nature de la charge	Action des appuis $R_A = R_B$	Moment maximal en travée M_0
Schéma ①	8 438 N	10 547 Nm
Schéma ②	36 997 N	60 981 Nm
Schéma ③	22 838 N	37 643 Nm
Schéma ④	1 875 N	2 344 Nm
Total	70 148 N	111 515 Nm

6 Bétons et aciers: caractéristiques

Le calcul des ouvrages en B.A. est effectué à partir d'hypothèses des études qui tiennent compte, en particulier, des caractéristiques physiques, chimiques et mécaniques des matériaux (béton, acier).

Les caractères des matériaux concernent:

- les résistances caractéristiques à la compression et à la traction;
- les déformations (allongement et raccourcissement);
- les diagrammes déformations-contraintes.

Extrait d'un cartouche de plan d'armatures B.A.

Hypothèses des études			
Charges des planchers		Béton	Acier
permanentes	d'exploitation	$f_{c28} = 25 \text{ MPa}$	HA: Fe E 400
Cloisons: 500 N/m ² Revêt. sol: 600 N/m ²	2 500 N/m ²	Dosage min: 350 kg CPJ 45 par m ³	Ø: Fe E 215 TS: T.S.H.A.

1. Les bétons

Un béton hydraulique résulte du mélange en proportions définies des composants suivants:

- granulats naturels ou artificiels (sables, gravillons, graviers),
- liants normalisés: ciments artificiels,
- adjuvants éventuels pour augmenter les performances physiques ou mécaniques,
- eau de mouillage des granulats et d'hydratation du liant.

1.1 Tableau de classement des granulats (NF P 18-101)

Appellation	Sable	Gravillons	Cailloux et pierres cassées
Catégories suivant grosseur de grains* en mm	Fins: 0,080 à 0,315 Moyens: 0,315 à 1,25 Gros: 1,25 à 5	Petits: 5 à 8 Moyens: 8 à 12,5 Gros: 12,5 à 20	Petits: 20 à 31,5 Moyens: 31,5 à 50 Gros: 50 à 80

Exemple: une maille de 12,5 mm correspond à un diamètre de 16 mm.

NB. Éléments très fins: fines, farines, fillers < 0,08 mm.

* mailles carrées des tamis exprimées en mm.

1.2 Principaux liants utilisés pour travaux B.A.

(NF P 15-301)

Ciments Portland artificiel Teneur ≥ 97 % de clinker	Ciments Portland composés Teneur ≥ 65 % de clinker	Utilisations ou recommandations
CPA 45 CPA 45 R	CPJ 45 CPJ 45 R	Tous travaux courants
CPA 55 CPA 55 R	CPJ 55 CPJ 55 R	Éléments préfabriqués
CPA HP CPA HPR		Travaux qui exigent des résistances exceptionnelles

Symboles

J désigne un ciment avec constituants secondaires < 35%.

R désigne un ciment à début de durcissement rapide.

HP désigne un ciment à haute performance.

45 ou **55** indique la classe du ciment en MPa.

1.3 Résistances caractéristiques du béton

Elles servent de base pour le calcul des projets en B. A.

Résistance caractéristique à la compression à j jours (symbole f_{cj})

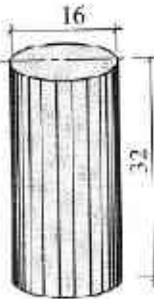
Elle est définie par une valeur de la résistance à la compression du béton à l'âge de 28 jours par essais sur éprouvettes cylindriques.

(\varnothing 16 cm; surface = 200 cm²; h = 32 cm)

Exemple: $f_{c28} = 30$ MPa

Fig. 1

Éprouvette cylindrique en béton



Résistance caractéristique à la traction à j jours (symbole f_{tj})

Elle est conventionnellement définie à partir de la résistance à la compression par la relation:

$$f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj}$$

Exemple avec $f_{c28} = 30$ MPa:

$$f_{t28} = 0,6 + 0,06 \times 30 = 2,4 \text{ MPa}$$

Remarque importante pour les calculs: les résistances à «j» jours des bétons, non traités thermiquement, peuvent être évaluées par les formules approchées des tableaux suivants:

f_{cj}	$f_{c28} \leq 40$ MPa
$j < 60$	$\frac{j}{4,76 + 0,83 j} \cdot f_{c28}$
$j \geq 60$	$1,10 f_{c28}$

f_{cj}	$40 \text{ MPa} < f_{c28} \leq 60$ MPa
$j \leq 28$	$\frac{j}{1,40 + 0,95 j} \cdot f_{c28}$
$28 < j < 60$	Bétons à Haute Résistance voir B.A.E.L. A.2.1, 11

1.4 Déformation du béton

Déformation longitudinale (B.A.E.L. A.2.1, 2)

On distingue:

- le module de déformation instantanée (durée d'application des charges < 24 heures) (symbole E_{ij})

$$E_{ij} = 11\,000 f_{cj}^{1/3} \text{ (MPa)}$$

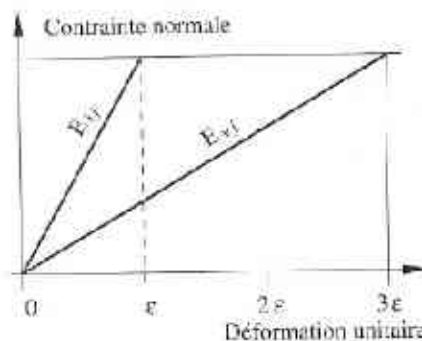
- le module de déformation différée (longue durée d'application) (symbole E_{vj})

$$E_{vj} = 3\,700 f_{cj}^{1/3}$$

La valeur de ces modules intervient dans le calcul des flèches et les effets dus au retrait et au fluage du béton.

Fig. 2

Modules de déformation instantanée et différée



Déformation transversale (B.A.E.L. A.2.1, 3)

Elle se traduit par le coefficient de Poisson

$$\nu = \frac{\text{déformation transversale}}{\text{déformation longitudinale}}$$

Le coefficient de Poisson est pris égal à:

$\nu = 0,20$ pour la justification aux E.L.S. (section non fissurée)

$\nu = 0$ (zéro) dans le cas des E.L.U.

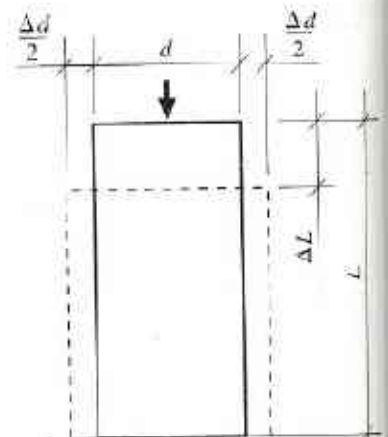


Fig. 3

Coefficient de Poisson:

$$\nu = \frac{\Delta d}{\Delta L}$$

- NB. À défaut de mesures, on estime que le raccourcissement unitaire dû au retrait atteint les valeurs suivantes dans le cas de pièces non massives à l'air libre :
- $1,5 \cdot 10^{-4}$ dans les climats très humides,
 - $2 \cdot 10^{-4}$ en climat humide, ce qui est cas de la France sauf son quart Sud-Est,
 - $3 \cdot 10^{-4}$ en climat tempéré sec, tel que le quart Sud-Est de la France,
 - $4 \cdot 10^{-4}$ en climat chaud et sec,
 - $5 \cdot 10^{-4}$ en climat très sec ou désertique.

EXERCICE D'ASSIMILATION 1

Contrôler dans le tableau ci-contre les contraintes de traction du béton et les modules de déformation instantanée du béton.

Indication

Utiliser les informations des paragraphes 1.3 et 1.4.

Résistance caractéristique du béton en compression (f_{c28} en MPa)	18	25	30
Résistance caractéristique du béton en traction (f_{t28} en MPa)	1,68	2,1	2,4
Module E_{i28} en MPa	28 828	32164	34 180

EXERCICE D'ASSIMILATION 2

Calculer la résistance approximative du béton en compression à 4 jours sachant qu'il doit atteindre à l'âge de 28 jours :

$$f_{c28} = 30 \text{ MPa}$$

Indication

Se reporter à la remarque du paragraphe 1.3.

Réponse

$$f_{c4} = \frac{4 \times 30}{4,76 + 0,83 \times 4} = 14,85 \text{ MPa}$$

EXERCICE D'ASSIMILATION 3

Calculer la contrainte due au retrait dans le cas d'une poutre B.A. de section 15 cm \times 50 cm, sachant que :

- ses extrémités sont liées à des massifs bétonnés,
- $f_{c,j} = 30 \text{ MPa}$,
- le bâtiment est situé à Nancy.

Réponse

$f_{tj} = E_{vj} \times$ raccourcissement unitaire (application de la loi de Hooke) :

$$E_{vj} = 3\,700 f_{c28}^{1/3} = 11\,497 \text{ MPa}$$

Évaluation de la contrainte de traction provoquée par le retrait :

$$f_{tj} = 11\,497 \times 2 \cdot 10^{-4} = 2,3 \text{ MPa}$$

(L'effet du retrait n'est théoriquement pas à craindre si la résistance à la traction du béton (f_{tj}) est suffisante pour s'opposer à la fissuration.)

On a : $f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{c,j} = 2,4 \text{ MPa} > f_{tj}$

2. Les aciers

2.1 Caractères mécaniques (B.A.E.L. A.2.2)

- Le caractère mécanique, qui sert de base aux justifications dans le cadre des états limites, est la limite d'élasticité garantie (symbole f_e).
- Le module d'élasticité longitudinale (symbole E_s) est pris égal à 200 000 MPa.
- Diagramme déformations-contraintes
C'est un diagramme conventionnel, facile d'utilisation, pour le calcul des contraintes et déformations.

Analyse du diagramme de la figure 4

• Cas de la traction

- Droite OA (domaine élastique):
proportionnalité déformations-contraintes

$$\text{Coordonnées du point A} \begin{cases} \varepsilon_s = f_e / E_s \\ \sigma_s = f_e \end{cases}$$

- Horizontale AB d'ordonnée $\sigma_s = f_e$

(domaine plastique)

La position du point B correspond à un allongement $\varepsilon_s = 10\%$

• Cas de la compression

Le diagramme correspondant est symétrique à celui de la traction par rapport à l'origine O.

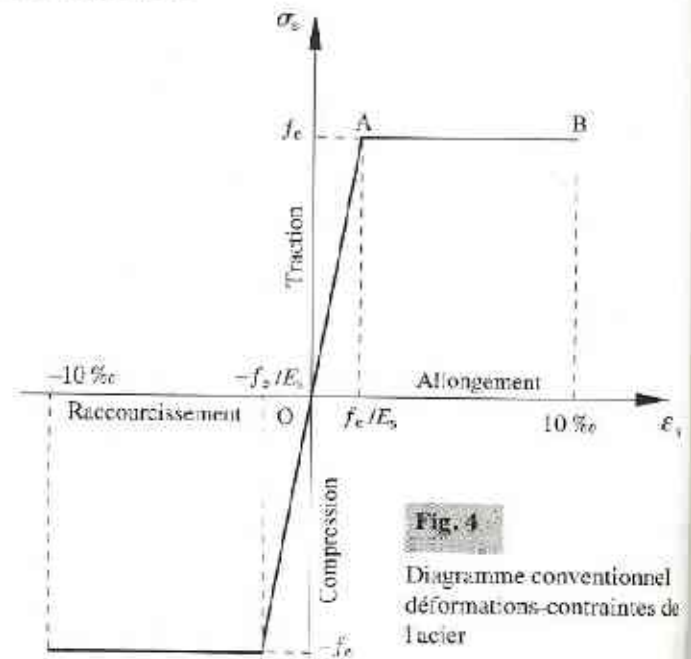


Fig. 4

Diagramme conventionnel déformations-contraintes de l'acier

2.2 Caractéristiques des aciers pour le béton armé

2.2.1 Aciers en barres

Types d'aciers ($E_s = 200\ 000$ MPa)				
Caractéristiques	Doux et lisses, symbole \emptyset (NF A 35-015)		A Haute Adhérence, symbole HA (NF A 35-016)	
	Fe E 215	Fe E 235	Fe E 400	Fe E 500
Dénomination	Fe E 215	Fe E 235	Fe E 400	Fe E 500
Limite élastique en MPa	$f_e = 215$	$f_e = 235$	$f_e = 400$	$f_e = 500$
Résistance à la rupture σ_R en MPa	$\sigma_R \geq 330$	$\sigma_R \geq 410$	$\sigma_R \geq 480$	$\sigma_R \geq 550$
Allongement à la rupture	22%		14%	12%
Coefficient de scellement, symbole Ψ_s	1		1,5	
Coefficient de fissuration, symbole η	1		1,6	
Diamètres courants en mm	6-8-10-12		6-8-10-12-14-16-20-25-32-40	

NB. Voir tableau des sections des aciers en Annexe I.

2.22 Treillis soudés

Types de treillis (NF A 35-022)

Caractéristiques	Lisses, symbole T.S.L.	A Haute Adhérence, symbole T.S.H.A.
Limite élastique en MPa	$f_e = 500$ (tous diamètres)	$f_e = 500$ (tous diamètres)
Résistance à la rupture en MPa	$\sigma_R = 550$	$\sigma_R = 550$
Allongement à la rupture	8 %	8 %
Coefficient de scellement, symbole Ψ_s	1	1,5
Coefficient de fissuration, symbole η	1	1,3 pour $\varnothing < 6$ mm 1,6 pour $\varnothing \geq 6$ mm
Diamètres courants	3,5 mm à 9 mm avec un pas de 0,5 mm	- 3,5 à 12 mm avec un pas de 0,5 mm - 14 à 16 mm sur commande

NB. Voir tableau des sections des aciers en Annexe 1.

EXERCICE D'ASSIMILATION 4

Déterminer l'allongement unitaire correspondant à une contrainte de 348 MPa exercée sur un acier Fe E 400

Indication

Exploiter le diagramme déformations-contraintes de la figure 4.

Réponse

La loi de Hooke exprime la contrainte dans le domaine élastique par $\sigma_e = E_s \cdot \varepsilon_s \text{‰}$ pour $\sigma_e < f_e$

$$\text{On a : } \varepsilon_s \text{‰} = \frac{348 \times 1000}{200\,000} = 1,74 \text{‰}$$

EXERCICE D'ASSIMILATION 5

Comparer les rapports :

$$\frac{\text{Résistance à la rupture}}{\text{Limite élastique}} = \frac{\sigma_R}{f_e}$$

pour les aciers HA Fe E 400 et Fe E 500.

En déduire le type d'acier qui offre le plus de sécurité à l'utilisateur.

Indication

Lire et décoder le tableau des aciers en barres.

EXERCICE D'ASSIMILATION 6

Calculer pour un acier à haute adhérence, de limite d'élasticité garantie $f_e = 400$ MPa le rapport entre son allongement à la rupture et celui correspondant à sa limite élastique.

Indication

Lire et décoder le tableau des aciers en barres.

Réponse

L'allongement à la rupture est 70 fois plus grand que celui qui correspond à la limite élastique.

7

Déformations et contraintes de calcul

• État limite ultime

Les hypothèses de calcul sont relatives :

- au diagramme rectangulaire de compression de béton ;
- aux contraintes de calcul du béton et de l'acier ;
- à la règle dite des « pivots » qui détermine les déformations limites d'une section soumise à une sollicitation normale, en particulier à un moment de flexion simple.

• État limite de service

Le principe de la justification des sections impose la limitation des contraintes :

- de compression du béton ;
- de traction de l'acier vis-à-vis de la fissuration en milieu préjudiciable.

Ces notions sont déterminantes pour le calcul des sections d'armatures et de la vérification des contraintes en compression et en traction du béton et de l'acier.

1. État limite de résistance (B.A.E.L. A.4.3)

1.1 Hypothèses de calcul des sections soumises à une ou plusieurs sollicitations

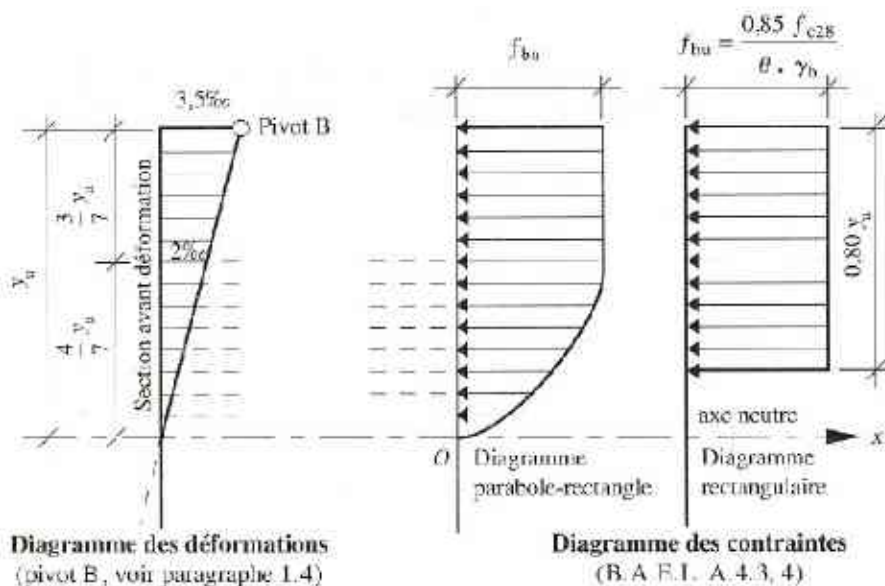
(B.A.E.L. A.4.3, 2)

- Hypothèse de Navier : les sections planes, normales à la fibre moyenne avant déformation, restent planes après déformation.
- Non-glissement relatif entre armatures et béton en raison de l'association béton-acier par adhérence mutuelle.
- Résistance à la traction du béton non prise en compte dans les calculs.
- Les diagrammes déformations-contraintes sont définies ci-après :
 - béton en compression (voir paragraphe 1.2) ;
 - acier tendu ou comprimé (voir paragraphe 1.3).
- Le diagramme des déformations limites d'une section fait l'objet de la règle dite des « trois pivots » A, B, C (voir paragraphe 1.4).

1.2 Diagrammes déformations-contraintes du béton (B.A.E.L. A.4.3, 4)

On distingue (fig. 1) :

- le diagramme « parabole-rectangle » ;
- le diagramme rectangulaire simplifié qui sera étudié et utilisé dans nos calculs en raison de :
 - sa simplicité d'emploi ;
 - sa concordance satisfaisante, en flexion simple, avec le diagramme « parabole-rectangle ».



Notations

- σ_{bc} : contrainte de compression du béton
- f_{cj} : résistance caractéristique du béton en compression à j jours
- f_{bu} : contrainte de calcul (voir tableau ci-dessous)
- γ_b : coefficient de sécurité
- ϵ_{bc} : déformation du béton en compression

Fig. 1 Diagrammes déformations-contraintes du béton

Dispositions relatives au diagramme rectangulaire

Hypothèses de départ: • section rectangulaire partiellement comprimée; • position de l'axe neutre connue, soit Ox , et sa distance y_u à la fibre la plus comprimée.

Contrainte de calcul du béton

$$f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{\theta \cdot \gamma_b}$$

Remarque

Si les zones comprimées présentent une largeur décroissante vers les fibres les plus comprimées:

$$f_{bu} = \frac{0,80 f_{c28}}{\theta \cdot \gamma_b}$$

Symboles

- f_{bu} : contrainte de calcul
- f_{c28} : résistance caractéristique à 28 jours
- γ_b : coefficient de sécurité
- $\gamma_b = 1,5$ en général
- $\gamma_b = 1,15$ dans le cas de combinaisons accidentelles
- θ : coefficient d'application

NB. Les coefficients 0,85 au numérateur et θ au dénominateur ont pour objet de tenir compte de ce que la résistance du béton est fonction décroissante de la durée d'application des charges.



Fig. 2

Zone comprimée décroissante vers la fibre la plus comprimée

θ	Durée d'application
1	> 24 h
0,9	$1 \leq \text{durée} \leq 24$ h
0,85	si durée < 1 h

Déformation maximale du béton : $\epsilon_{bc} = 3,5 \text{ ‰}$

Diagramme rectangulaire	
Distance à partir de l'axe neutre	Contrainte de calcul
$0 \leq y < 0,20 y_u$	contrainte nulle
$0,20 y_u \leq y \leq y_u$	$f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{\theta \cdot \gamma_b}$ valeur constante pour $\epsilon_{bc} \leq 3,5 \text{ ‰}$

Tableau des contraintes de calcul

Les contraintes sont données ci-après en fonction des résistances caractéristiques du béton à 28 jours d'âge.

Résistances caractéristiques du béton		Contraintes de calcul en compression f_{bu} (MPa) avec $\theta = 1$
en compression f_{c28} (MPa)	en traction f_{t28} (MPa)	
16	1,56	9,07
18	1,68	10,20
20	1,80	11,33
22	1,92	12,47
25	2,10	14,17
27	2,22	15,30
30	2,40	17,00
35	2,70	19,83
40	3,00	22,67
45	3,3	25,50
50	3,6	28,33
55	3,9	31,17
60	4,2	34,00

1.3 Diagramme déformations-contraintes de l'acier (B. A. E. L. 4.3, 2)

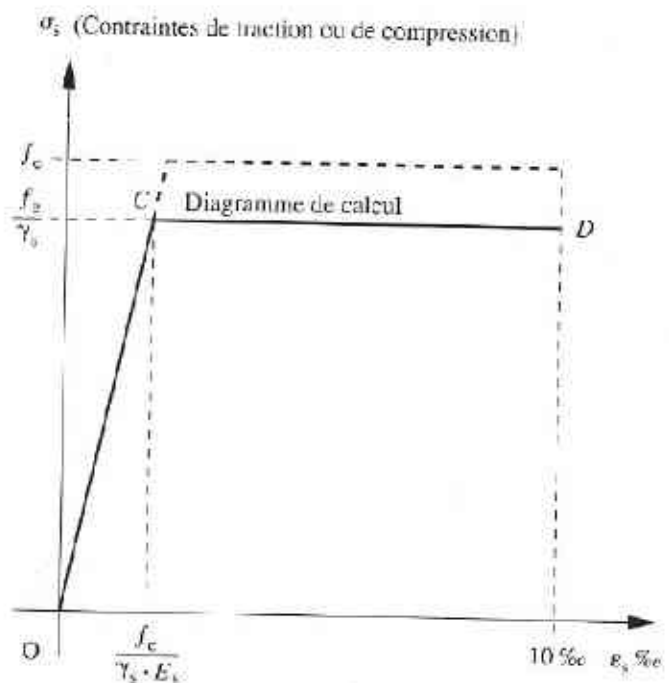
NB. Voir les caractéristiques de l'acier dans le chapitre 6 « Bétons et aciers: caractéristiques ».

Le diagramme de calcul se déduit de celui conventionnellement défini des déformations-contraintes conformément à la figure 3.

- Limite d'élasticité garantie: f_c
- Coefficient de sécurité: γ_s
 - cas courants: $\gamma_s = 1,15$
 - combinaisons accidentelles: $\gamma_s = 1$
- Module d'élasticité longitudinale: $E_s = 200\ 000$ MPa
- Contrainte de calcul: $f_{su} = f_c / \gamma_s$

Fig. 3

Déformations-contraintes de l'acier: diagramme conventionnel de calcul (en trait continu)



D'ASSIMILATION 1

Interpréter le diagramme déformations-contraintes de l'acier.

Déformation longitudinale ε_s en ‰	Contrainte de calcul en MPa
$0 \leq \varepsilon_s \leq \frac{f_c \times 1000}{\gamma_s \cdot E_s}$ Déformation élastique	$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$ Variation linéaire de la contrainte pour les valeurs définies par ε_s
$\frac{f_c \text{ ‰}}{\gamma_s \cdot E_s} \leq \varepsilon_s \leq 10 \text{ ‰}$ Déformation plastique conventionnelle	$f_{sd} = f_c / \gamma_s$ Constante

D'ASSIMILATION 2

Interpréter, à titre d'exemple, le tableau ci-contre pour un acier HA Fe E 400 et un acier Fe 500.

Type d'acier	ε_s en ‰	Contrainte de calcul (MPa)	Observations
Fe E 400	1,739	347,8	$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s \text{ ‰} = f_c / 1,15$ idem
	10	347,8	
Fe E 500	2,174	434,8	idem idem
	10	434,8	

D'ASSIMILATION 3

La résistance caractéristique du béton f_{c28} étant prise égale à 23 MPa, quelle est la contrainte de calcul f_{bu} , sachant que la durée d'application de la combinaison de charges est supérieure à 24 heures ?

Réponse

$$f_{bu} = 13,03 \text{ MPa}$$

D'ASSIMILATION 4

On donne la contrainte de calcul $f_{bu} = 11,90 \text{ MPa}$. Calculer la contrainte caractéristique prise comme référence à 28 jours d'âge du béton.

Réponse

$$f_{c28} = 21 \text{ MPa}$$

1.4 Règle des trois pivots (B.A.E.L. A.4.3, 3)

- Une section de béton soumise à des sollicitations normales se déforme suivant l'**hypothèse de Navier** (voir paragraphe 1).
- Les **positions limites** que peut prendre la **droite de déformation** sont déterminées à partir des diagrammes déformations-contraintes du béton et de l'acier étudiés précédemment (voir paragraphe 1.2 et 1.3).
- La déformation de la section est représentée par une droite, passant par l'un des **pivots** «A», «B» ou «C», à l'intérieur ou à la frontière des **domaines** repérés (1), (2), (3) sur la figure 4.

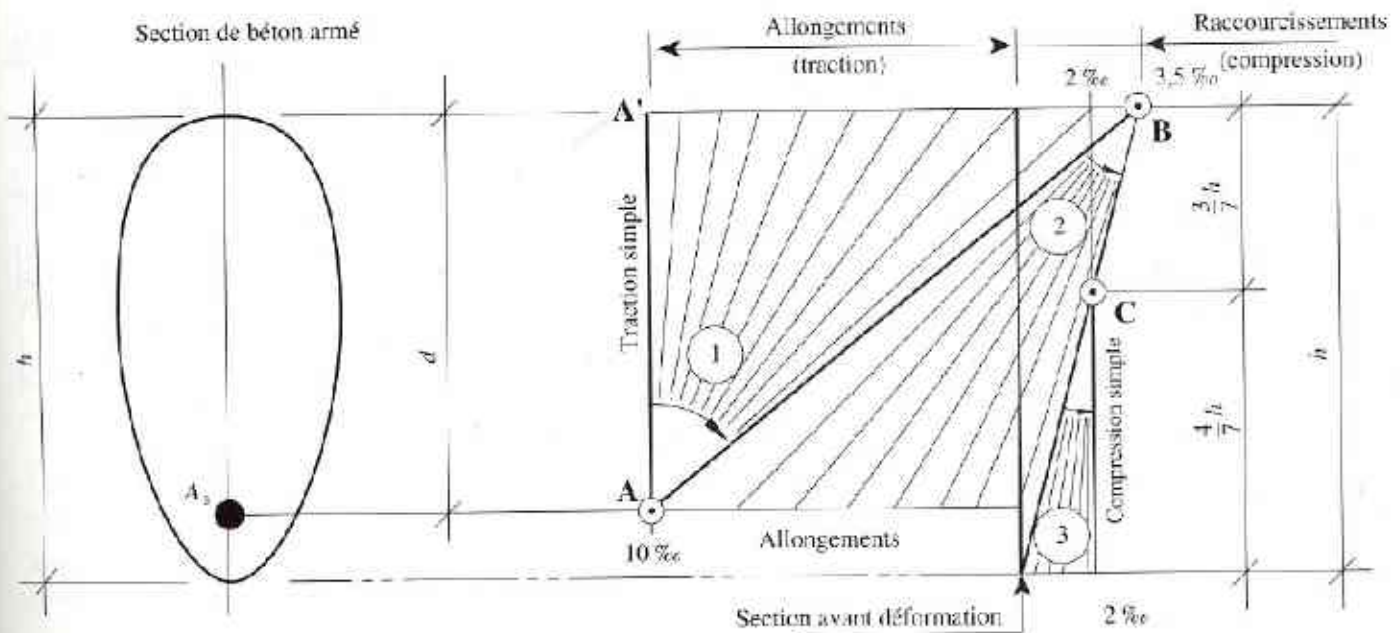


Fig. 4 Diagrammes des déformations limites de la section

Notations

- h : hauteur totale de la section
- d : hauteur utile en flexion simple
- y_d : position de la fibre neutre
- A_s : section des aciers tendus



Le tableau ci-après permet d'analyser :

- la position des pivots repérés A, B, C ;
- les domaines ①, ②, ③ et les valeurs des déformations limites.

Analyse du diagramme des déformations limites d'une section		
Pivot A Domaine 1	Pivot B Domaine 2	Pivot C Domaine 3
<p>Allongement unitaire de l'acier :</p> $\varepsilon_s = 10 \text{ ‰}$ <p>Traction simple :</p> <ul style="list-style-type: none"> • limite AA' • béton entièrement tendu. <p>Flexion simple* :</p> <ul style="list-style-type: none"> • acier tendu ($\varepsilon_s = 10 \text{ ‰}$) • béton partiellement comprimé : $0 \leq \varepsilon_{bc} \leq 3,5 \text{ ‰}$ <p>(*) Flexion simple ou composée.</p>	<p>Raccourcissement unitaire du béton comprimé :</p> $\varepsilon_{bc} = 3,5 \text{ ‰}$ <p>Flexion simple* :</p> <ul style="list-style-type: none"> • acier tendu • béton partiellement comprimé. <p>Recommandation :</p> $\varepsilon_s \geq \frac{f_t}{\gamma_s \cdot E_s}$ <p>(voir § 1.3)</p> <p>(*) Flexion simple ou composée.</p>	<p>Raccourcissement unitaire du béton comprimé :</p> $\varepsilon_{bc} = 2 \text{ ‰} \text{ pour } y_u = \frac{3}{7} h$ <p>Compression simple :</p> <p>si la droite de déformation est parallèle à la droite représentative de la section avant déformation*.</p> <p>(*) Sinon, flexion composée.</p>
(*) N.B. La flexion composée n'est pas envisagée dans le cadre de cet ouvrage.		

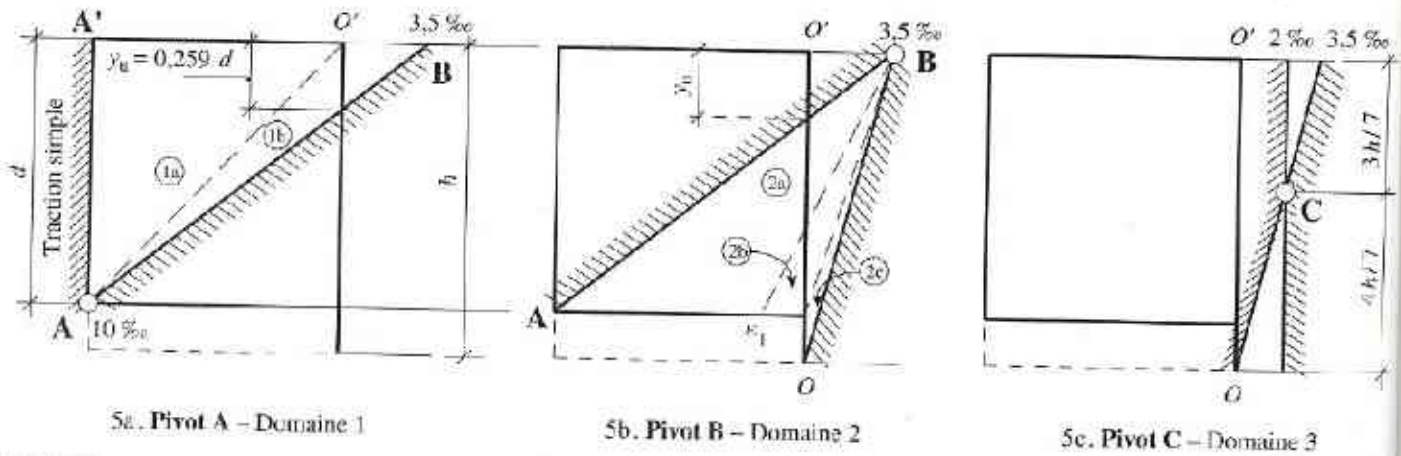


Fig. 5 Diagrammes relatifs aux trois pivots

D'ASSIMILATION 5

EXERCICE

Analyser la figure 5a relative à la règle des trois pivots.
 Calculer la valeur de y_u en fonction de la hauteur utile d , quand la droite de déformation est représentée par la droite AB.
 En posant $\alpha_u = y_u/d$, en déduire une règle pratique de détermination des pivots A ou B dans le calcul en flexion simple d'une section B.A.
 Remarque: dans ce cas $\alpha_u < 1$.

Réponse

La considération des triangles semblables dans la figure 5a donne:

$$\frac{y_u}{(d - y_u)} = \frac{3,5 \text{ ‰}}{10 \text{ ‰}} \rightarrow y_u = 0,259 d$$

Ainsi, la règle pratique pour la détermination des pivots est:
 $\alpha_u = 0,259 \rightarrow$ droite de déformation AB: pivots A et B
 $\alpha_u < 0,259 \rightarrow$ le pivot est en A
 $\alpha_u > 0,259 \rightarrow$ le pivot est en B.

D'ASSIMILATION 6

EXERCICE

Trouvez la valeur limite de α_u (voir exercice 5) dans une section en T_e, soumise à la flexion simple, pour que la table de compression soit entièrement prise en compte dans le calcul à l'E.L.U.R.
 • Hauteur de la table: h_0
 • Hauteur utile: d
 • Diagramme rectangulaire pour le béton comprimé.

Réponse

La condition pour avoir toute la hauteur de la table de compression entièrement comprimée dans le cas de la flexion simple est (cf. fig. 1):

$$h_0 = 0,80 y_u \text{ soit } y_u = 1,25 h_0$$

Avec: $\alpha_u = \frac{y_u}{d}$, il faut $\alpha_u = 1,25 \frac{h_0}{d}$.

2. État limite de service

2.1 Hypothèses de calcul

Sous l'effet des sollicitations :

- les sections droites restent planes après déformation de la section ;
- pas de glissement relatif entre le béton et l'acier ;
- la résistance à la traction du béton tendu n'est pas prise en compte dans les calculs ;
- les contraintes sont proportionnelles aux déformations ;
- le coefficient d'équivalence n est pris égal à 15*.

* Rappel : coefficient utilisé dans le chapitre 3 « Caractéristiques géométriques des sections », paragraphe 5.

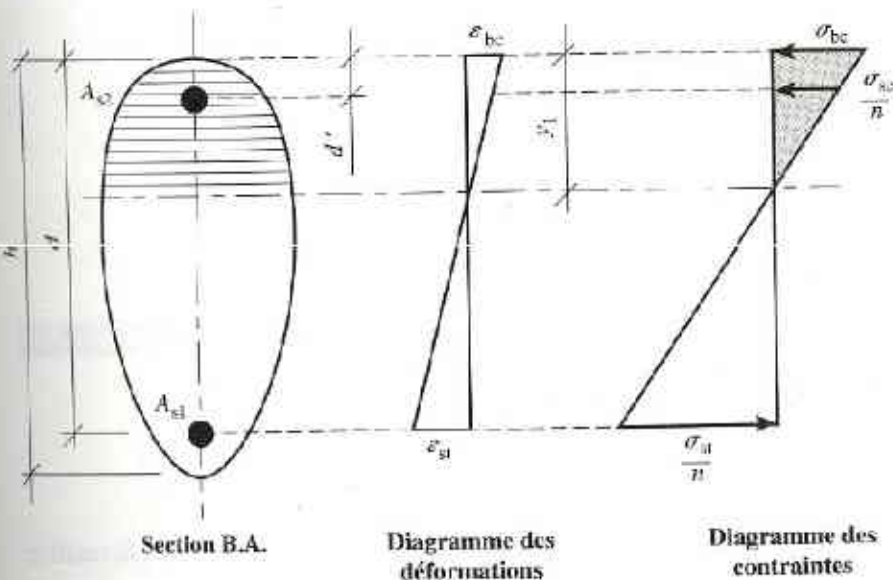
Remarque : les aires des aciers ne sont pas déduites, dans les calculs, de l'aire du béton comprimé.

2.2 État limite de compression du béton à l'E.L.S.

La contrainte de compression du béton, symbole σ_{bc} , est limité à :

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{cj}$$

Résistance caractéristique f_{c28} (MPa)	18	20	22	25	27	30	35	40	45	50	55	60
Contrainte limite $\overline{\sigma}_{bc}$ (MPa)	10,8	12	13,2	15	16,2	18	21	24	27	30	33	36



Notations

- A_{s1} : section d'acier tendu
- A_{s2} : section d'acier comprimé
- ε_{bc} : déformation du béton comprimé
- ε_{st} : déformation de l'acier tendu
- σ_{bc} : contrainte de compression du béton
- σ_{sc} : contrainte de compression de l'acier
- σ_{st} : contrainte de traction de l'acier
- n : coefficient d'équivalence

Fig. 6 Déformations et contraintes dans une section B.A. soumise à la flexion simple.

On observera et on comparera les diagrammes déformations-contraintes :

- à l'E.L.U.R. (fig. 1), diagramme rectangulaire ;
- à l'E.L.S. (fig. 6), diagramme triangulaire de compression du béton.

2.3 État limite d'ouverture des fissures

(B.A.E.L. A. 4.5, 3)

2.3.1 Contraintes limites de traction des aciers

Cas	Conditions particulières	Contraintes limites de traction (en MPa)
Fissuration peu préjudiciable	Locaux couverts et clos non soumis à condensations	$\sigma_{st} \leq f_c$
Fissuration préjudiciable	Coefficient de fissuration (symbole) : η $\eta = 1$ pour ronds lisses $\eta = 1,6$ pour aciers HA diamètre ≥ 6 mm $\eta = 1,3$ pour aciers HA si diamètre < 6 mm (*)	$\bar{\sigma}_{st} = \inf \left(\frac{2}{3} f_c; 110 \sqrt{\eta f_{tj}} \right)$
Fissuration très préjudiciable	Diamètres des aciers > 8 mm (**)	$\bar{\sigma}_{st} = \inf \left(0,5 f_c; 90 \sqrt{\eta f_{tj}} \right)$

*N.B. Aciers de peau à prévoir dans les poutres de grande hauteur (hauteur totale > 60 cm).
 (*) 3 cm^2 par mètre de longueur de parement dans le cas de fissuration préjudiciable.
 (***) 5 cm^2 par mètre de longueur de parement dans le cas de fissuration très préjudiciable.*

2.3.2 Tableau des valeurs des contraintes limites des aciers en traction - Détermination à l'E.L.S.

Ce tableau a été placé en Annexe 2 pour servir au calcul ou aux vérifications des ouvrages élémentaires des différents chapitres.

D'ASSIMILATION 7

On considère une poutre de rive d'un bâtiment ; la fissuration est préjudiciable.

La résistance caractéristique du béton utilisé est de 25 MPa.

Quelle est la contrainte limite de traction d'un acier HA Fe E 400 pour une détermination aux E.L.S. ?

Réponse

- Contrainte limite de traction du béton : $f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj} = 2,10$ MPa
- Contrainte limite de traction des aciers (fissuration préjudiciable) :

$$\bar{\sigma}_{st} = \inf \left(\frac{2}{3} f_c; 110 \sqrt{\eta f_{tj}} \right)$$

$$\bar{\sigma}_{st} = \inf (266,67 \text{ MPa} ; 201,63 \text{ MPa})$$

On retient : $\bar{\sigma}_{st} = 201,63$ MPa

D'ASSIMILATION 8

On considère des longrines de fondations par plots situées en milieu agressif.

La résistance caractéristique du béton est de 22 MPa.

Déterminer la contrainte limite de traction pour un calcul aux E.L.S.

Réponse

Contrôler le résultat par lecture du «Tableau des valeurs des contraintes limites des aciers en traction», Annexe 2.

D'ASSIMILATION 9

Soit une poutre de sous-sol en milieu humide, mais à l'abri des intempéries; on considère la fissuration préjudiciable.

La section de la poutre en sous-face du plancher est de 20 cm × 45 cm.

Déterminer l'armature de peau (on se reportera au §2.31).

Réponse

Fissuration préjudiciable → 3 cm² de section d'acier pour l'armature de peau par mètre de parement.

Périmètre à considérer. La largeur de poutre en fond de moule étant à exclure en raison de la présence des aciers de traction, on a deux fois la hauteur de la retombée de poutre : 90 cm.

Section théorique correspondante : 2,70 cm² d'acier HA.

8

Semelles de fondations

But

Calculer des ouvrages de fondations par semelles rigides soumises à des charges centrées.

Les semelles de fondation sont les ouvrages de transition entre les charges appliquées sur murs ou poteaux et le sol porteur.

Les semelles en béton armé sont :

- superficielles
 - contines
 - ou
 - isolées
- rigides (non flexibles).

Elles ont pour but essentiel de :

- transmettre les charges au sol
- répartir les pressions

Forces ou actions

- Charges transmises par les murs ou les poteaux isolés : permanentes et d'exploitation, verticales, supposées centrées sur l'axe des semelles.

- Actions ascendantes du sol sous la semelle de fondation dans l'hypothèse d'une répartition uniforme des contraintes.

- Condition d'équilibre statique

Elle dépend de la capacité portante du sol (non-tassement, non-glissement, non-poinçonnement).

Justifications des sections (béton et acier)

À l'E.L.U. et à l'E.L.S. suivant les prescriptions du D.T.U. 13 - 12 et du B.A.E.L. pour :

- le dimensionnement géométrique,
- le calcul des armatures,
- les dispositions constructives minimales.



NB. Les semelles excentrées, les radiers, les semelles sur pieux, ne sont pas abordées dans le présent chapitre.

Les effets de la neige et du vent n'ont pas été pris en compte dans les exemples ou applications traitées.

1. Sollicitations de calcul

Charges verticales centrées	
E.L.U.R.	E.L.S.
Combinaisons de charges $N_u = 1,35 G + 1,5 Q$	Combinaisons de charges $N_{sor} = G + Q$

Remarques :

1. Les combinaisons d'actions ont fait l'objet du chapitre 5.
2. Le calcul d'une descente de charges est effectué à la fin du chapitre 4, en considérant les états limites (E.L.U.R. et E.L.S.).

2. Prédimensionnement des semelles

Hypothèses d'études

1. Charges centrées sur semelles.
2. Sol homogène.
3. Semelle rigide (voir condition ci-contre).
4. Diagramme de répartition uniforme des pressions sur le sol.
5. Transmission des charges appliquées aux semelles par des **bielles** obliques symétriques par rapport à l'axe. Ces bielles de béton comprimé engendrent des **efforts de traction** à la base des semelles (fig. 3).
6. L'armature équilibre ces efforts de traction.

NB. Le calcul des sections d'acier s'effectue à l'E. L. U.R.

Les vérifications concernant l'effort tranchant et la contrainte de compression des bielles ne sont pas nécessaires.

Tableau indicatif des contraintes de calcul admises pour le sol (symbole $\overline{\sigma}_{sol}$)

Nature du sol	$\overline{\sigma}_{sol}$ (MPa)
Roches peu fissurées saines non désagrégées et de stratification favorable	0,75 à 4,5
Terrains non cohérents à bonne compacité	0,35 à 0,75
Terrains non cohérents à compacité moyenne	0,20 à 0,40
Argiles (*)	0,10 à 0,30

* Certaines argiles très plastiques ne sont pas visées dans ce tableau.

NB. Le calcul des pressions exercées sur le sol s'effectue à l'E. L. S.

Prédimensionnement des semelles rigides

Il s'agit de déterminer les dimensions d'une semelle rigide de fondation sous mur ou sous poteau de section carrée ou rectangulaire.

• Éléments connus

- Contrainte de calcul admise sur le sol: $\overline{\sigma}_{sol}$
- Charges appliquées au niveau supérieur de la semelle: G, Q

- Dimensions
 - cas d'une semelle continue:
 - épaisseur du mur, symbole b
 - longueur prise égale à 1,00 m
 - cas d'une semelle isolée:
 - section rectangulaire du poteau: $a \times b$.

• Éléments inconnus

- Dimensions de la semelle
 - continue: B, h
 - isolée: A, B, h
- Poids propre de la semelle (p. p.)

• Équilibre statique

$$N_{\text{ser}} = G + Q + \text{p.p. semelle} = \sigma_{\text{sol}} \times \text{aire de la surface portante}$$

$$\text{avec } \sigma_{\text{sol}} \leq \overline{\sigma}_{\text{sol}}$$

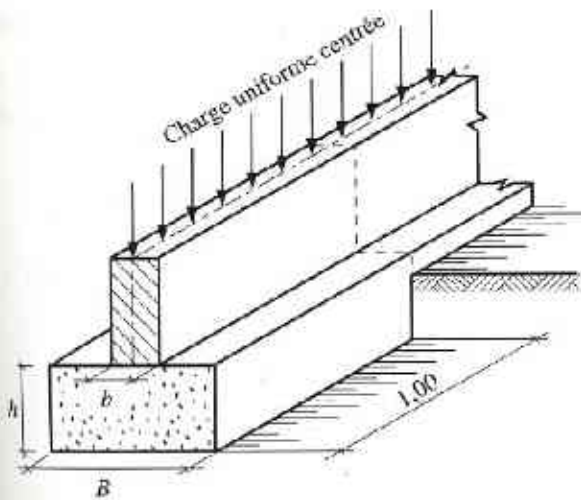


Fig. 1 Semelle continue

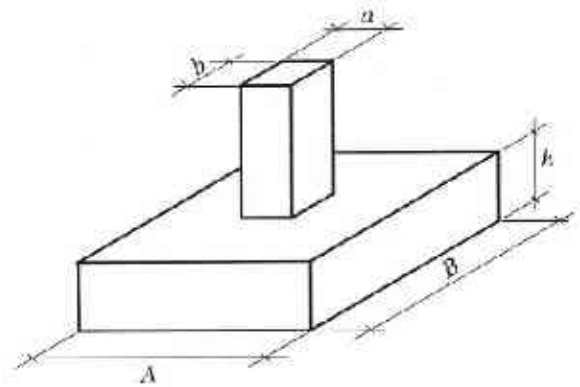
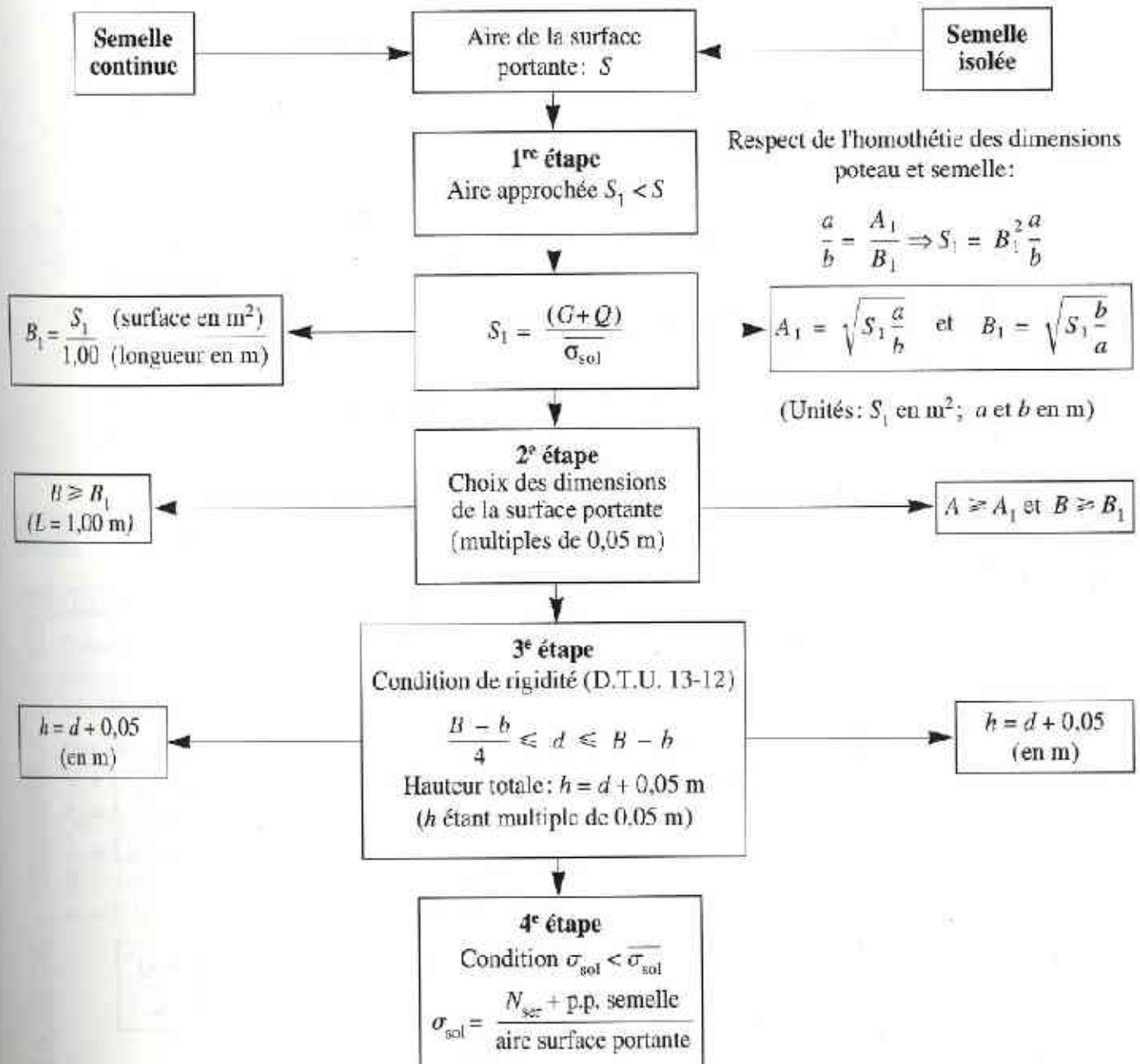


Fig. 2 Semelle isolée



Exemple d'application

Dimensionner une semelle isolée sous poteau de section carrée

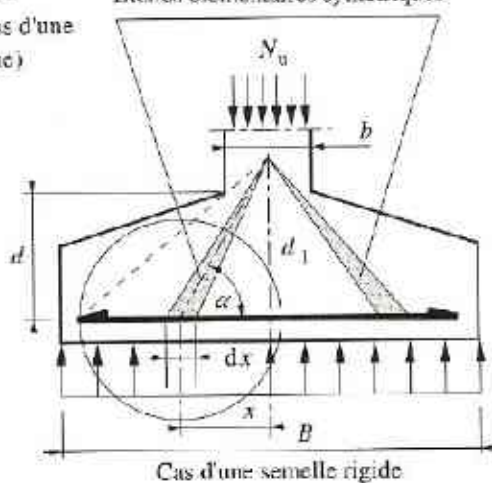
- Charge sur semelle isolée: $N_{srr} = G + Q = 0,80 \text{ MN}$
- Contrainte limite sur le sol: $\sigma_{sol} = 0,5 \text{ MPa}$
- Poteau isolé: section carrée de $20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \rightarrow a/b = 1$
- Aire approchée: $S_1 = 0,80/0,5 = 1,60 \text{ m}^2$
- Cotés de la semelle: $A = B = \sqrt{1,6 \times 1} = 1,265 \text{ m}$
- Hauteur utile: $d = \frac{1,265 - 0,20}{4} = 0,27 \text{ m}$
- Choix des dimensions: $A = B = 1,30 \text{ m}$
avec $h = d + 0,05 \rightarrow h = 0,35 \text{ m}$
- Contrôle de la contrainte sur le sol:

$$\sigma_{sol} = \frac{0,80 + 0,0148}{1,30 \times 1,30} = 0,482 \text{ MPa} < 0,5 \text{ MPa}$$

3. Détermination des aciers tendus

N_u : charge ultime
(p.m. dans le cas d'une
semelle continue)

Bielles élémentaires symétriques



dP : action élémentaire ascendante du sol
 dA : effort élémentaire de traction
 dB : effort élémentaire de compression
dans la bielle béton

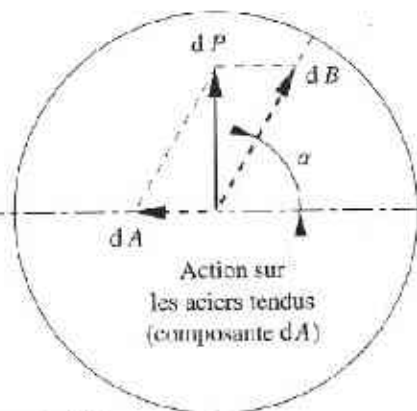


Fig. 3

Schéma de principe de la méthode des bielles (semelle continue ou isolée)

Méthode des bielles comprimées

Semelle continue sous mur

- Nappe inférieure // B (p.m.)

$$A_x = \frac{N_u (B - b)}{8 d f_{su}}$$

- Nappe supérieure $\perp B$
(aciers de répartition placés dans le sens longitudinal)

$$A_y = A_x / 4$$

Semelle isolée sous poteau

- Nappe inférieure // B

$$A_x = \frac{N_u (B - b)}{8 d f_{su}}$$

- Nappe supérieure // A :
($d_1 < d$)

$$A_y = \frac{N_u (A - a)}{8 d_1 f_{su}}$$

NB. N_u ne tient pas compte de l'action du poids propre de la semelle dans le calcul des aciers.

Dispositions constructives

- Section minimale des aciers de répartition constituant le chaînage longitudinal:
 - > 2 cm^2 pour Fe E 400
 - > 3 cm^2 pour Ronds Lisses
 - > $1,6 \text{ cm}^2$ pour T.S. ou Fe E 500
- Enrobage des aciers $\geq 3 \text{ cm}$

Remarques:

d : hauteur utile

\varnothing_1 : diamètre des aciers pour A_x

\varnothing_2 : diamètre des aciers pour A_y

$$d_1 = d - \frac{(\varnothing_1 + \varnothing_2)}{2}$$

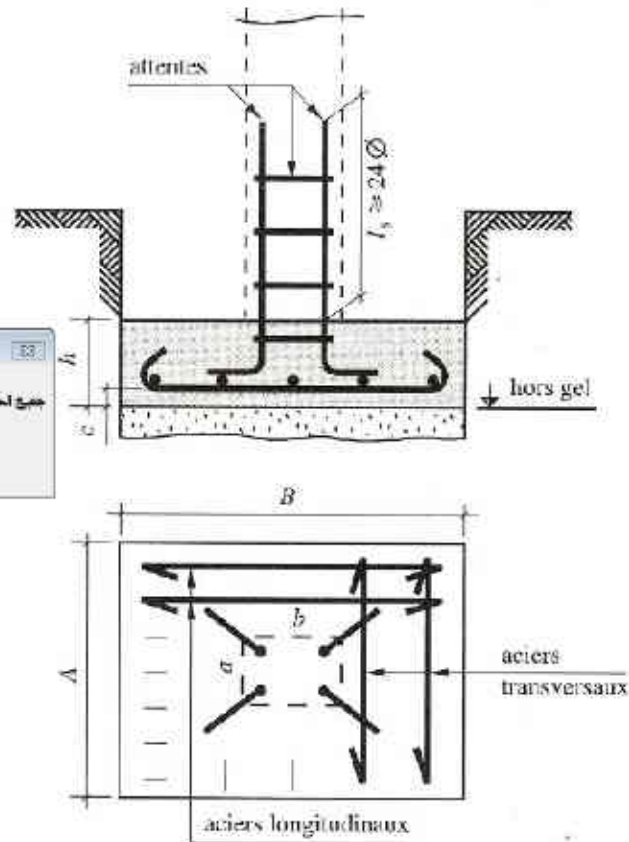
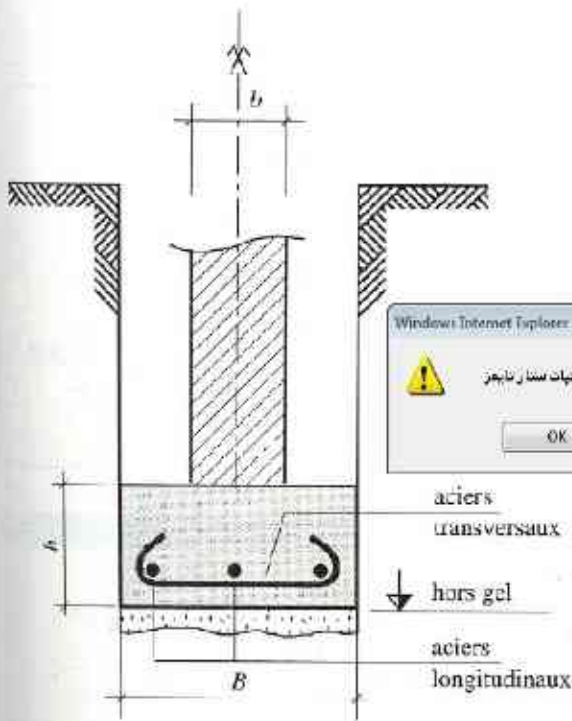


Fig. 4 Semelles continues: coupe type

Fig. 5 Semelles isolées: coupe type

EXERCICE D'ASSIMILATION

Calculer les armatures d'une semelle sous poteau rectangulaire de section $20 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$.

Données

$$N_u = 1,12 \text{ MN}$$

$$f_{wv} = f_e / \gamma_s = 348 \text{ MPa}$$

$$A = 1,20 \text{ m}$$

$$B = 1,80 \text{ m}$$

$$d = 0,40 \text{ m}$$

Réponse

- Nappe inférieure:

$$A_x = \frac{1,12 (1,80 - 0,30)}{8 \cdot 0,40} \frac{10^4}{348} = 15,09 \text{ cm}^2$$

→ Choix de 8 HA 16 totalisant $16,09 \text{ cm}^2$, espacés de 16 cm

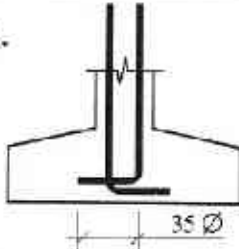
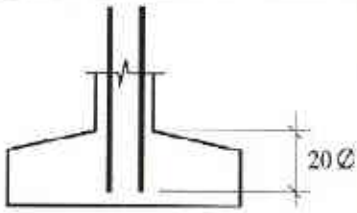
- Nappe supérieure:

Remarque: Choix a priori d'un diamètre $\leq 16 \text{ mm}$ pour les aciers de la nappe supérieure afin de calculer la valeur de d_1 . En prenant $\varnothing_2 = 12 \text{ mm}$, on a $d_1 = 0,386 \text{ m}$.

$$A_y = \frac{1,12 (1,20 - 0,20)}{8 \cdot 0,386} \frac{10^4}{348} = 10,42 \text{ cm}^2$$

→ Choix de 10 HA 12 totalisant $11,31 \text{ cm}^2$, espacés de 19 cm

4. Tableau d'arrêt pratique des barres des semelles et attentes

Ancrage, symbole l_s		$l_s = 40 \varnothing$ pour Fe E 400 $l_s = 50 \varnothing$ pour Fe E 500
Arrêts des barres	Barres avec crochets à 120° ou 135° si	$l_s > \frac{B}{4}$
	Barres rectilignes (sans crochets) si	$\frac{B}{8} \leq l_s \leq \frac{B}{4}$
	Barres de longueur $0,86 B$ disposées en portefeuille si	$l_s < B/8$
Armatures du chaînage Recouvrement $\geq 35 \varnothing$ ou correspondant à trois soudures dans le cas de treillis soudés		
Aciers en attente pour poteaux ou voiles B.A. Avec retour d'équerre dans la semelle s'il faut équilibrer un moment de flexion ou un effort de traction		
		

APPLICATION 1 et 2

Déterminer les sections d'armature des deux semelles rigides décrites ci-après.
Se reporter au § 3 pour exploiter les formules de calcul des aciers par la méthode des bielles.

1 Semelle continue sous mur

Données

- Charge permanente p.m. : $G = 0,30 \text{ MN}$
- Charge d'exploitation : $Q = 0,05 \text{ MN}$

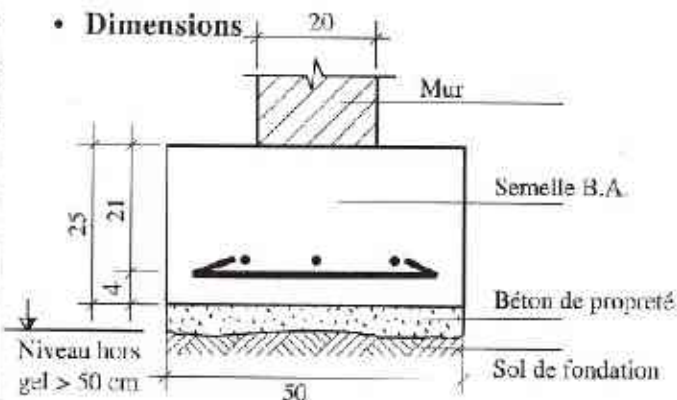
Matériaux

acier : Fe E 400 ($\gamma_s = 1,15$)
béton : $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$

Contrainte limite sur le sol (roche)

$$\overline{\sigma}_{\text{sol}} = 0,75 \text{ MPa}$$

Dimensions



2 Semelle isolée sous poteau

Données

- Charge permanente p.m. : $G = 0,167 \text{ MN}$
- Charge d'exploitation : $Q = 0,383 \text{ MN}$

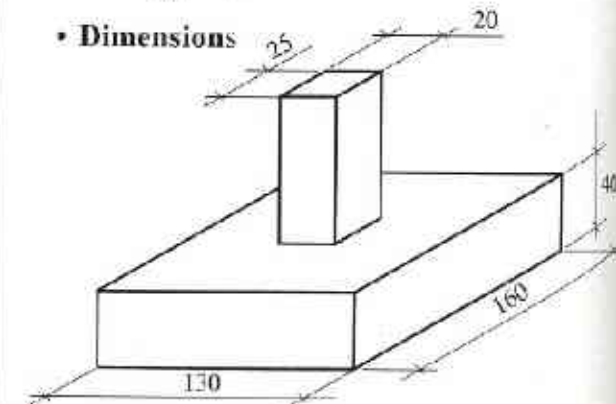
Matériaux

acier : Fe E 400
béton : $f_{c28} = 22 \text{ MPa}$

Contrainte admise sur le sol (argiles)

$$\overline{\sigma}_{\text{sol}} = 0,3 \text{ MPa}$$

Dimensions



NB. Par simplification, prendre la même valeur de d pour le calcul de A_x et A_y .

Réponses

- Contrôles préliminaires

$$d = 21 \text{ cm} > \frac{B - b}{4} = 7,5 \text{ cm}$$

$$\sigma_{sol} = \frac{G + Q + \text{p.p. semelle}}{\text{Aire surface portante}}$$

$$\sigma_{sol} = 0,706 \text{ MPa} < \overline{\sigma_{scl}}$$

- Calcul des sections d'acier

$$N_u = 1,35 G + 1,5 Q = 0,48 \text{ MN}$$

1. Nappe inférieure

$$A_x = \frac{N_u}{8} \frac{(B - b)}{d} \frac{10^4}{f_{su}}$$

$$A_x = \frac{0,48}{8} \frac{(0,50 - 0,20)}{0,21} \frac{10^4}{348}$$

$$A_x = 2,46 \text{ cm}^2 \text{ par mètre}$$

2. Nappe supérieure

$$A_x = \frac{1}{4} A_x = 0,62 \text{ cm}^2 \text{ par mètre}$$

- Choix des sections réelles

$$A_x : 5 \text{ HA } 8 \text{ totalisant } 2,51 \text{ cm}^2$$

$$A_y : \text{chaînage minimal } 2 \text{ cm}^2, \text{ soit } 3 \text{ HA } 10 \text{ filants}$$

Réponses

- Contrôles préliminaires

$$d = 35 \text{ cm} > \frac{160 - 25}{4}$$

Rapports d'homothétie voisins:

$$\frac{A}{a} = 6,5; \frac{B}{b} = 6,4$$

$$\sigma_{sol} = \frac{0,55 + 0,0208}{1,30 \times 1,60} = 0,274 \text{ MPa}$$

- Calcul des sections d'acier

$$N_u = 1,35 \times 0,167 + 1,50 \times 0,383 = 0,80 \text{ MN}$$

1. Nappe inférieure // B

$$f_{su} = f_c / \gamma_s = 348 \text{ MPa}$$

$$A_x = \frac{0,80}{8} \frac{(1,60 - 0,25)}{0,35} \frac{10^4}{348}$$

$$A_x = 11,08 \text{ cm}^2$$

2. Nappe supérieure // A

$$A_y = \frac{0,80}{8} \frac{(1,30 - 0,20)}{0,35} \frac{10^4}{348}$$

$$A_y = 9,03 \text{ cm}^2$$

- Choix des sections réelles

$$A_x : 10 \text{ HA } 12 \text{ totalisant } 11,31 \text{ cm}^2$$

$$A_y : 8 \text{ HA } 12 \text{ totalisant } 9,05 \text{ cm}^2$$

**D'APPLICATION 3 et 4**

Trouver les dimensions des deux semelles ci-après, soumise à une charge centrée, dans l'hypothèse d'une répartition uniforme des contraintes.

Utiliser la démarche proposée dans le § 3.

3. Semelle continue**Données**

$$\overline{G} = 0,21 \text{ MN}; \quad Q = 0,10 \text{ MN}$$

$$\overline{\sigma_{sol}} = 0,4 \text{ MPa}$$

Épaisseur du mur: 30 cm

Enrobage ≥ 4 cm

4. Semelle isolée sous poteau**Données**

$$N_{ser} = G + Q = 0,486 \text{ MN}$$

$$\overline{\sigma_{sol}} = 0,95 \text{ MPa}$$

Section du poteau: 20 cm \times 30 cm

→ semelle à base rectangulaire

Réponse

- Aire approchée de la semelle

$$S_1 = \frac{G+Q}{\sigma_{sol}} = \frac{0,31}{0,40} = 0,775 \text{ m}^2$$
- Choix de la largeur B
 $B_1 = 0,775 \text{ m} \rightarrow B = 0,80 \text{ m}$
- Hauteur utile minimale

$$d = \frac{0,80 - 0,30}{4} = 0,125 \text{ m}$$
- Hauteur totale $\geq d + 0,05 \text{ m}$
 On prend: $h = 0,20 \text{ m}$
- **Contrôle** de la contrainte sur le sol

$$\sigma_{sol} = \frac{0,31 + 0,004}{0,80} = 0,393 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sol} < 0,4 \text{ MPa} \rightarrow \text{Condition satisfaite}$$

Réponse

- Aire approchée de la semelle

$$S_1 = \frac{0,486}{0,95} = 0,512 \text{ m}^2$$
- Homothétie des dimensions: $\frac{A}{a} = \frac{B}{b}$
- Choix des dimensions

$$\text{Côté } B_1 = \sqrt{S_1 \frac{b}{a}} = 0,876 \text{ m}$$

$$\text{Côté } A_1 = \sqrt{S_1 \frac{a}{b}} = 0,584 \text{ m}$$
 Choix: $B = 0,90 \text{ m}$; $A = 0,60 \text{ m}$
- Hauteur utile minimale

$$d = \frac{0,90 - 0,30}{4} = 0,15 \text{ m}$$
- Hauteur totale retenue: $0,20 \text{ m}$
- **Contrôle** de la contrainte sur le sol

$$\sigma_{sol} = \frac{N_{scr} + \text{p.p. semelle}}{\text{Aire surf. portante}} = 0,905 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sol} < 0,95 \text{ MPa} \rightarrow \text{Condition satisfaite}$$

APPLICATION 5 et 6

Décoder les données et les résultats obtenus ci-après par ordinateur (logiciel C.B.A.).
 Contrôler le prédimensionnement de la surface portante et vérifier la détermination des sections d'armature.

5 Semelle continue

* SEMELLES DE FONDATIONS * DTU 13.12

* Armatures	Fe (MPa): ?	500		
* Sol	Sigs (MPa): ?	0.2		
* Semelle	1. Isolée			
	2. Continue (1/2): ?	2		
	Arrondi sur A et B (cm): ?	5		
* Epaisseur du mur e	(cm): ?	20		
* Charges centrees				
- permanentes	g (MN/m): ?	0.095		
- variables	q (MN/m): ?	0.025		
* Prédimensionnement	A	B	H	
- Minimum (cm)	100.0	61.2	15.3	
- Arrondi	5	100	65	20
* Contrainte sol	Sigma=	0.190	MPa	
* Approx. As // a B	Ay =	1.43	cm ²	
(d=H-5cm) // a A	Ax =	0.36	cm ² /m	

6 Semelle isolée sous poteau

* SEMELLES DE FONDATIONS * DTU 13.12

* Armatures	Fe (MPa): ?	500		
* Sol	Sigs (MPa): ?	0.7		
* Semelle	1. Isolée			
	2. Continue (1/2): ?	1		
	Arrondi sur A et B (cm): ?	5		
* Poteau	a < b	a (cm): ?	20	
		b (cm): ?	25	
* Charges centrees				
- permanentes	G (MN): ?	0.55		
- variables	Q (MN): ?	0.25		
* Prédimensionnement	A	B	H	
- Minimum (cm)	96.1	120.1	28.8	
- Arrondi	5	95	125	30
* Contrainte sol	Sigma=	0.691	MPa	
* Approx. As // a B	Ay =	12.85	cm ²	
(d=H-5cm) // a A	Ax =	9.64	cm ²	

9

Poteaux : compression centrée

But

Les poteaux sont généralement soumis à des charges verticales qu'ils transmettent jusqu'aux fondations. Il s'agit de :

- préciser les hypothèses d'études ;
- calculer les armatures longitudinales ;
- choisir et organiser les armatures longitudinales et transversales en respectant les dispositions constructives.

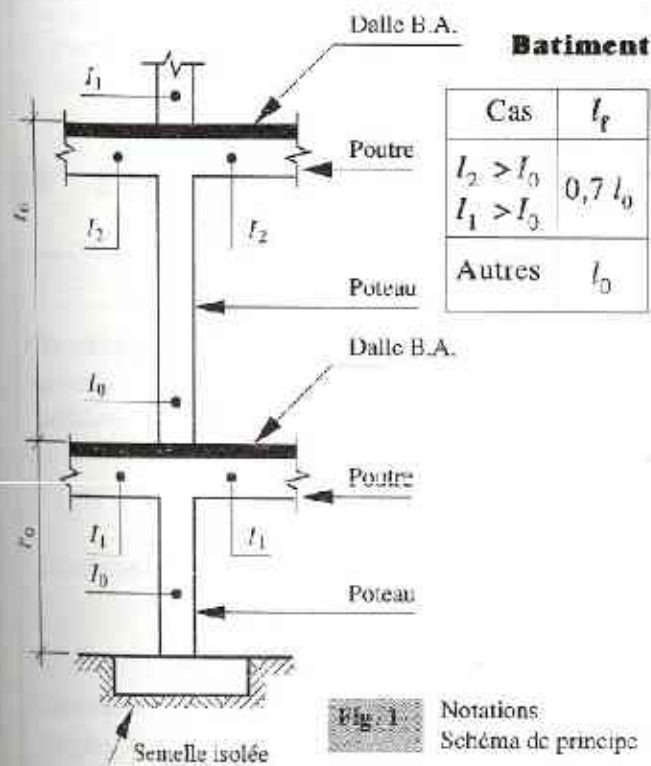
Démarche

Dans les cas courants des poteaux de bâtiment, le calcul s'effectue par la méthode forfaitaire du B.A.E.L. à partir d'hypothèses simples, entre autres :

- élancement limité pour parer au risque de flambement ;
- effort normal de « compression centrée » ;
- justifications des sections à l'E. L. U. R. seul.

1. Notations et rappels

Longueur de flambement



Cas général

Longueur de flambement l_f suivant liaisons						Légende
						(a)
						(b)
						(c)
$2 l_0$	l_0	l_0	$0,707 l_0$	$0,707 l_0$	$l_0/2$	$\leftarrow l_f$

(a) encastrement, (b) articulation, (c) encastrement et déplacement possible par translation.

Fig. 2 Longueur de flambement en fonction des liaisons d'extrémité

Section type	B	I_{\min}	i	λ
	ab	$\frac{ba^3}{12}$	$\frac{a}{2\sqrt{3}}$	$2\sqrt{3} \frac{l_f}{a}$
	$\frac{\pi D^2}{4}$	$\frac{\pi D^4}{64}$	$\frac{D}{4}$	$4 \frac{l_f}{D}$

- Hauteur de plancher à plancher : l_0
- Longueur de flambement : l_f
- Moment quadratique : I_{\min}
- Section de béton : B
- Rayon de giration : $i = \sqrt{\frac{I_{\min}}{B}}$
- Élancement : $\lambda = l_f / i$

2. Hypothèses d'études

• Compression « centrée »

L'excentrement éventuel de l'effort de compression est limité à la moitié de la dimension du « noyau central ».

• Élançement: ≤ 70

• Combinaison d'action

Dans les cas courants, l'unique combinaison à considérer est:

$$1,35 G + 1,5 Q \quad \text{à l'É.L.U.R.}$$

Évaluation des charges verticales (B. A. E. L. B. 8. 1)

Bâtiment à deux travées	Poteaux de rive	Sans majoration de charges
	Poteaux centraux	Charges majorées de 15 %
Bâtiment à plus de trois travées	Poteaux de rive	Sans majoration de charges
	Poteaux intermédiaires voisins des poteaux de rives	Charges majorées de 10 %

Sections	Noyau central
Rectangulaire ($a \times b$)	Losange de sommet $a/6, b/6$ sur les axes
Circulaire	Cercle de rayon $R/4$

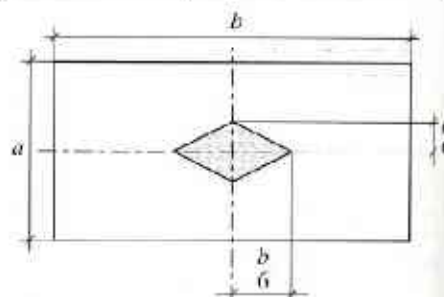


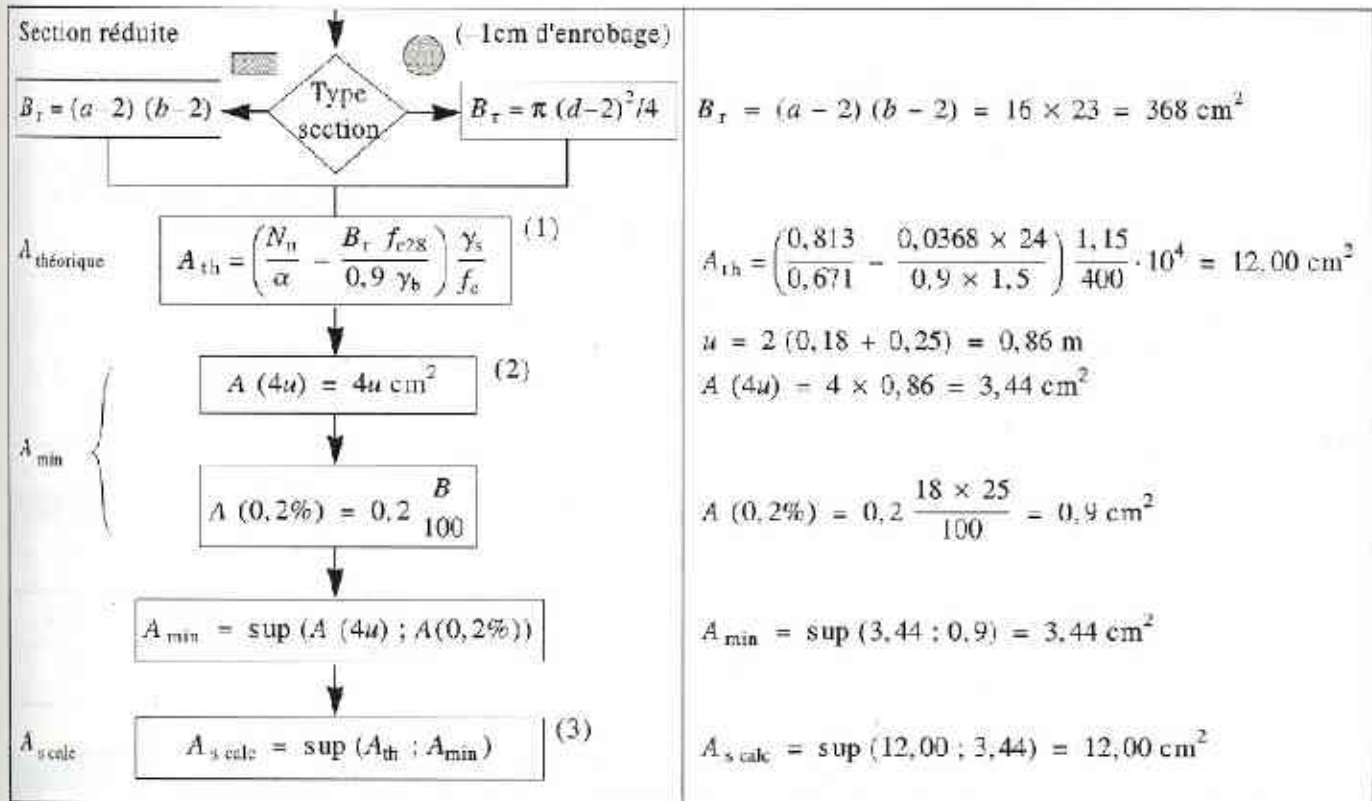
Fig. 3 Noyau central, section rectangulaire

3. Calcul des armatures longitudinales

Méthode forfaitaire	Exemple: poteau intérieur d'étage
<p>Données</p> <p>Combinaison de base : $N = 1,35 G + 1,5 Q$</p> <p>Longueur de flambement : l_f</p> <p>Section du poteau : a, b ou D</p> <p>Matériaux : f_{c28}, f_e</p>	<p>$G = 0,368 \text{ MN}$</p> <p>$Q = 0,148 \text{ MN}$</p> <p>$l_0 = 3,00 \text{ m}$</p> <p>Section rectangulaire</p> <p>$f_{c28} = 24 \text{ MPa}$</p>
<p>Rayon de giration</p> $i = \sqrt{\frac{I}{B}}$	<p>$N_u = 0,719 \text{ MN}$</p> <p>$l_f = 0,7 l_0 = 2,10 \text{ m}$</p> <p>$a = 18 \text{ cm}; b = 25 \text{ cm}$</p> <p>$f_c = 400 \text{ MPa}$</p>
<p>Élançement</p> $\lambda = \frac{l_f}{i} \leq 70$ <p>non → Méthode forfaitaire non applicable</p> <p>oui →</p>	<p>$I = \frac{ba^3}{12} = \frac{25 \times 18^3}{12} = 12\,150 \text{ cm}^4$</p> <p>$B = ab = 18 \times 25 = 450 \text{ cm}^2$</p> <p>$i = \sqrt{\frac{I}{B}} = 5,196 \text{ cm}$</p> <p>$\lambda = \frac{l_f}{i} = \frac{210}{5,196} = 40,42 < 70$</p> <p>(ou $\lambda = 2\sqrt{3} l_f / a$)</p>
<p>Coefficient α</p> $\lambda \leq 50$ <p>oui → $\alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left(\frac{\lambda}{35}\right)^2}$</p> <p>non → $\alpha = 0,6 \left(\frac{50}{\lambda}\right)^2$</p> <p>(1)</p>	<p>$\lambda < 50$</p> <p>$\alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left(\frac{\lambda}{35}\right)^2} = 0,671$</p>
	<p>N.B. On suppose que la majorité des charges est appliquée après 90 jours.</p>

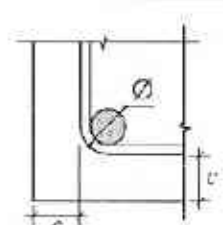
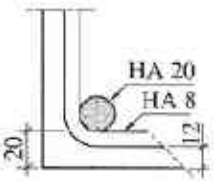
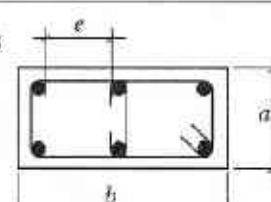
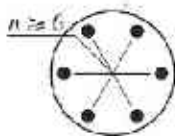
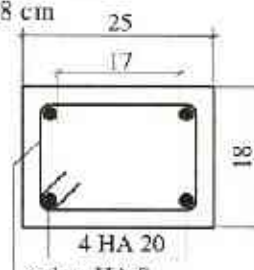
(1) Si $N_u/2$ appliqué avant 90 j: diviser α par 1,10

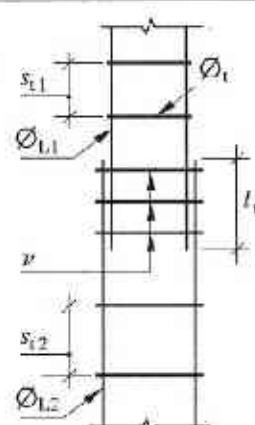
28 j: diviser α par 1,20, remplacer f_{c28} par f_{cj}



- (2) u représente le périmètre de la section exprimé en m.
 (3) Vérifier de plus que $A_s < 5\% B$, sinon frottement (cf B.A.E.L. A.8.1,2).

4. Dispositions constructives (B.A.E.L. A.7.2 et A.8.1)

Indications réglementaires		Exemple (suite)						
<ul style="list-style-type: none"> Enrobage de toute armature Bétonnage correct 	<p>Distance mini aux parements</p> <p>$c \geq 1 \text{ cm}$ local couvert, sans condensation</p> <p>$c \geq 3 \text{ cm}$ intempéries, condensation</p> <p>$c \geq 5 \text{ cm}$ littoral, brouillard salin</p> <p>$c \geq \varnothing_L \text{ et } c_g$ (cf A.7.2) (diamètres maxi respectivement des aciers longitudinaux et des granulaires)</p>	<p>Choix A_s: 4 HA 20 (12,57 cm²)</p>  <p>$c \geq 1 \text{ cm}$ $c \geq 20 \text{ mm}$</p>						
<ul style="list-style-type: none"> Armatures longitudinales A_s  <table border="1" style="width: 100%; margin-top: 10px;"> <tr> <td>$\lambda > 35$</td> <td>A_s à placer aux angles</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>le long de b</td> </tr> </table>	$\lambda > 35$	A_s à placer aux angles				le long de b	<p>Espacements maximaux</p> <p>Section rectangulaire</p> <p>$e \leq a + 10 \text{ cm}$ $e \leq 40 \text{ cm}$ si $\lambda > 35$</p> <p>Section circulaire</p> <p>$n \geq 6$</p> 	<p>Section rectangulaire 18 x 25</p> <p>$e < 18 + 10 = 28 \text{ cm}$ $e < 40 \text{ cm}$</p> <p>Choix: 4 HA 20 cadres HA 8</p> 
$\lambda > 35$	A_s à placer aux angles							
	le long de b							

Indications réglementaires		Exemple (suite)
<p>• Armatures transversales</p> <p>Jonction par recouvrement</p> 	<p>Diamètres et espacements</p> <p>Ceinturage externe de A_s</p> <p>$\varnothing_t \geq \frac{\varnothing_L}{3}$ avec $f_{ct} > 330$ MPa</p> <p>$s_t \leq \bar{s}_t = \inf(a + 10 \text{ cm}; 15 \varnothing_{\min}; 40 \text{ cm})$</p> <p>$l_r \geq 0,6 l_k = 24 \varnothing$ pour HA</p> <p>$v \geq 3$ cours transversaux</p>	<p>$\varnothing_t = 8 \text{ mm} \geq \frac{20 \text{ mm}}{3}$</p> <p>$s_t \leq \bar{s}_t = \inf(28; 30; 40) = 28 \text{ cm}$</p> <p>Choix : $s_t = 25 \text{ cm}$ (4 cadres HA 8 p.m.)</p>

EXERCICE D'ASSIMILATION 1

Données

Poteau B.A. de caractéristiques géométriques suivantes : section $35 \times 50 \text{ cm}$, $l_f = 2,50 \text{ m}$

Déterminer les valeurs suivantes :

Moment quadratique I_{\min}	Rayon de giration i	Élancement λ
?	?	rép. : 24,75

EXERCICE D'ASSIMILATION 2

Données

Section type	rectangulaire	circulaire
Paramètres connus	l_f, a, b	l_f, D

Établir les rapports l_f/a et l_f/D pour respecter $\lambda \leq 50$

Réponse

$l_f/a \leq 14,4$ et $l_f/D \leq 12,5$

EXERCICE D'ASSIMILATION 3

Déterminer le coefficient de réduction α .

Réponse

$50 < \lambda < 70$; $\alpha = 0,6 \left(\frac{50}{\lambda}\right)^2 = 0,534$ pour $j > 90$ jours

Données

Poteau de bâtiment d'élancement 53, chargé à 20 jours.

- La mise en charge précoce impose $\alpha = \frac{0,534}{1,2} = 0,445$
- f_{c28} doit être remplacé par f_{c20}

EXERCICE D'ASSIMILATION 4

Déterminer les armatures d'un poteau intérieur B.A. soumis à un effort normal de compression centrée sur la section de béton.

Données

- Effort normal à l'état limite ultime E.L.U. : $N_u = 850\,000 \text{ N}$ (ou 0,85 MN)
- Section du poteau : $25 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$
- Longueur de flambement : $l_f = 320 \text{ cm}$
- Chargement $> N_u/2$ appliqué avant 90 j
- Résistance caractéristique du béton : $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$
(béton réalisé avec gravillons moyens : maille de tamis 8 à 12,5 mm)
- Armatures en acier HA : $f_s = 400 \text{ MPa}$; $\gamma_s = 1,15$

Rappel des formules

- Effort normal ultime
 $N_u = 1,35 G + 1,5 Q$
- Élançement mécanique λ
 $\lambda = \frac{l_f}{i} = 2\sqrt{3} \frac{l_f}{a}$
- Valeur du coefficient α pour $\lambda \leq 50$

$$\alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left(\frac{\lambda}{35}\right)^2}$$

- Règle: α est à diviser par 1,10 si la majeure partie des charges est appliquée avant 90 jours.
- Section réduite de béton B_r
 $B_r = (a - 2)(b - 2)$

Section théorique de l'armature

$$A_{th} = \left(\frac{N_u}{\alpha} - \frac{B_r f_{c28}}{0,9 \gamma_b} \right) \frac{\gamma_s}{f_e}$$

unités: B_r et A en m^2
 f_{c28} et f_e en MPa
 N_u en MN

- Section réelle: voir tableau Annexe 1

Dispositions constructives minimales

- Section minimale d'aciers
 $A_s \geq 4u = 8(a + b) / 100$
 unités: A_s en cm^2 ; u en m; $(a + b)$ en cm
- Pourcentages d'armature
 $0,2 \frac{B}{100} \leq A_s \leq 5 \frac{B}{100}$
- Armatures transversales
 $\varnothing_t > \varnothing_L / 3$

Espacement des cours transversaux

- $s_t < \inf \{ 15 \varnothing_{L \min}; 40 \text{ cm}; a + 10 \text{ cm} \}$
- Longueur de recouvrement
 $l_r \geq 24 \varnothing_L$
- Nombre de cours transversaux disposés sur la longueur l_r
 $\nu \geq 3$ cours

Enrobage et bétonnage correct

- 1 cm: lieu clos, couvert, sans condensation
- 3 cm: intempéries, condensation
- 5 cm: mer, brouillard salin
- Enrobage minimal $c \geq \sup \{ \varnothing_L; c_2 \}$
 avec \varnothing_L : diamètre maximal des aciers
 c_2 : diamètre maximal des granulats

Application numérique

- Valeur de l'effort normal ultime
 $N_u = 0,85 \text{ MN}$
- Élançement du poteau ($a = 25 \text{ cm}$)
 $\lambda = 2\sqrt{3} \frac{320}{25} = 44,34$
- Détermination du coefficient α ($\lambda < 50$)

$$\alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left(\frac{44,34}{35}\right)^2} = 0,644$$

Chargement avant 90 jours: $\alpha = \frac{0,644}{1,1} = 0,585$

- Section réduite de béton
 $B_r = 529 \text{ cm}^2$

Calcul de la section théorique

$$A_{th} = \left(\frac{0,850}{0,585} - \frac{0,0529 \times 30}{1,35} \right) \cdot \frac{1,15}{400}$$

N.B. Veiller aux unités pour exprimer ensuite la section en cm^2 .

$$A_{th} = 7,98 \text{ cm}^2$$

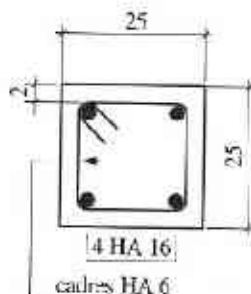
- Section réelle: 4 HA 16 totalisant $8,04 \text{ cm}^2$

Dispositions constructives

- Armature réelle $A_s = 8,04 \text{ cm}^2$
 $A_s \geq \frac{8}{100} (25 + 25) = 4 \text{ cm}^2$
- Contrôle des pourcentages d'acier
 $0,2 \times \frac{625}{100} < 8,04 < 5 \times \frac{625}{100}$
- Cadres du poteau
 $\varnothing_L = 16 \text{ mm} \rightarrow \varnothing_t = 6 \text{ mm}$

Espacement des cadres

- $s_t = \inf \{ 15 \times 16; 40; 35 \} = 24 \text{ cm}$
- Valeur de l_r en cm
 $l_r \geq 24 \times 1,6 = 38,4 \text{ cm}$, soit $l_r = 40 \text{ cm}$
- Cadres disposés sur recouvrement
 3 cours espacés de 12 cm



D'ASSIMILATION 5

Vérifier les résultats ci-après du calcul par ordinateur de la section théorique A_s d'armature pour un poteau de bâtiment soumis à la compression centrée avec chargement supérieur à $N_u/2$ à 40 jours.

Données

$N_u = 0,684 \text{ MN}$
 $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$
 $f_c = 500 \text{ MPa}$
 $l_f = 4,50 \text{ m}$
 Section béton: 25 cm X 35 cm

Indications réglementaires

$$\lambda = \frac{l_f}{i} = 62,35$$

$$50 < \lambda < 70 \rightarrow \alpha = 0,6 \left(\frac{50}{\lambda} \right)^2$$

La valeur de α est à diviser par 1,10 car la majeure partie des charges est appliquée avant 90 jours.

* POTEAUX DE BATIMENTS * Art.B.8.4 *			
* Matériaux	F_{c28} (MPa): ? 30		
	F_c (MPa): ? 500		
* Flambement	l_f (m): ? 4,50		
* Section	1.Rectangle		
	2.Cercle 1/2 ? 1		
* Rectangle a<b	a (cm): ? 25		
	b (cm): ? 35		
* Charge ultime	N_u (MN): ? 0,684		
	> $N_u/2$ a J (jour): ? 40		
* Armatures	A_s	= 6,06	cm2
* Details	Lambda = 62,35		
	Alpha = .351		
S = 875	cm2	Br = 759	cm2
U = 1,2	m	A theor = 6,06	cm2
		A (4u) = 4,8	cm2
		A (.2%) = 1,75	cm2

(Logiciel C.B.A.)

D'ASSIMILATION 6

1) Décoder directement dans les listings ci-après les données de l'étude relatives :

- aux caractéristiques des matériaux f_{c28} et f_c ;
- à la longueur de flambement l_f ;
- aux dimensions de la section (petit côté a, grand côté b, diamètre D);
- à l'effort normal ultime N_u ;
- à l'application des charges dans le temps (en jours).

2) Effectuer, dans les deux cas, le calcul de l'armature A_s et vérifier les dispositions constructives minimales.

* POTEAUX DE BATIMENTS * Art.B.8.4 *			
* Matériaux	F_{c28} (MPa): ? 25		
	F_c (MPa): ? 500		
* Flambement	l_f (m): ? 2,80		
* Section	1.Rectangle		
	2.Cercle 1/2 ? 1		
* Rectangle a<b	a (cm): ? 20		
	b (cm): ? 30		
* Charge ultime	N_u (MN): ? 0,45		
	> $N_u/2$ a J (jour): ? 35		
* Armatures	A_s mini = 4		cm2
* Details	Lambda = 48,5		
	Alpha = .550		
S = 600	cm2	Br = 504	cm2
U = 1	m	A theor = 2,93	cm2
		A (4u) = 4	cm2
		A (.2%) = 1,2	cm2

Remarques

$A_{th} < 0 \rightarrow$ section de béton surabondante
 Section minimale: $A_{s, \text{min}} = 4 \text{ cm}^2$
 Section réelle: $A_s = 4 \text{ HA } 12$

* POTEAUX DE BATIMENTS * Art.B.8.4 *			
* Matériaux	F_{c28} (MPa): ? 20		
	F_c (MPa): ? 500		
* Flambement	l_f (m): ? 2,90		
* Section	1.Rectangle		
	2.Cercle 1/2 ? 2		
* Diametre	D (cm): ? 25		
* Charge ultime	N_u (MN): ? 0,560		
	> $N_u/2$ a J (jour): ? 30		
* Armatures	A_s	= 8,37	cm2
* Details	Lambda = 46,4		
	Alpha = .572		
S = 490,87	cm2	Br = 415,48	cm2
U = .7854	m	A theor = 8,37	cm2
		A (4u) = 3,14	cm2
		A (.2%) = .98	cm2

Remarques

(Logiciel C.B.A.)

Section théorique: $A_{th} = 8,37 \text{ cm}^2$
 Section réelle: $A_s = 9,24 \text{ cm}^2$
 (soit 6 aciers $\varnothing 14$ à placer symétriquement)

5. Application

Évaluer la capacité portante du poteau P_2 de la figure ci-dessous sachant qu'il est situé à l'intérieur d'un bâtiment courant. Il est réalisé avec un béton dosé à 350 kg/m^3 de ciment CPJ 45 et des armatures de nuance Fe B 400.

Données

$$f_{c28} = 20 \text{ MPa}; \quad f_c = 400 \text{ MPa}$$

$$c_{g \text{ max}} = 20 \text{ mm}; \quad j \geq 90 \text{ jours}$$

Réponse

Lecture de plan

- Hauteur libre : $l_0 = 2,70 \text{ m}$
- Section 20×50 : $B = 1000 \text{ cm}^2$
- $A_s = 6,786 \text{ cm}^2$ (6 HA 12)
- $s_t = 18 \text{ cm}$

Vérification des dispositions constructives

- Enrobage : $c = 40 - 6 - 6 = 28 \text{ mm} > 1 \text{ cm}$
- Bétonnage : $c = 28 \text{ mm} > c_{g \text{ max}}$
- Écartements
 - maxi entre HA 12 : 21 cm
 - maxi autorisé : $\inf(a + 10; 40) = 30 \text{ cm}$
- $\lambda > 35 \rightarrow$ barres HA 12
le long des grands côtés

$$\bullet \varnothing_t = 6 \text{ mm} \text{ donc } \varnothing_t > \frac{\varnothing_L}{3} = 4 \text{ mm}$$

(étrier central s'opposant à la poussée au vide)

- $s_t = 18 \text{ cm}$ n'excédant pas
- $\bar{s}_t = \inf(a + 10; 15 \varnothing_L; 40) = 18 \text{ cm}$

Vérification des pourcentages réglementaires

- $A_s > A_{\text{min}} = \sup(4u; 0,2\% B) = 5,6 \text{ cm}^2$
- $A_s < 5\% B = 50 \text{ cm}^2$

Calcul de la capacité portante ultime \bar{N}_u

$$\bar{N}_u = \alpha \left(\frac{B_r f_{c28}}{0,9 \gamma_b} + A_s \frac{f_c}{\gamma_s} \right)$$

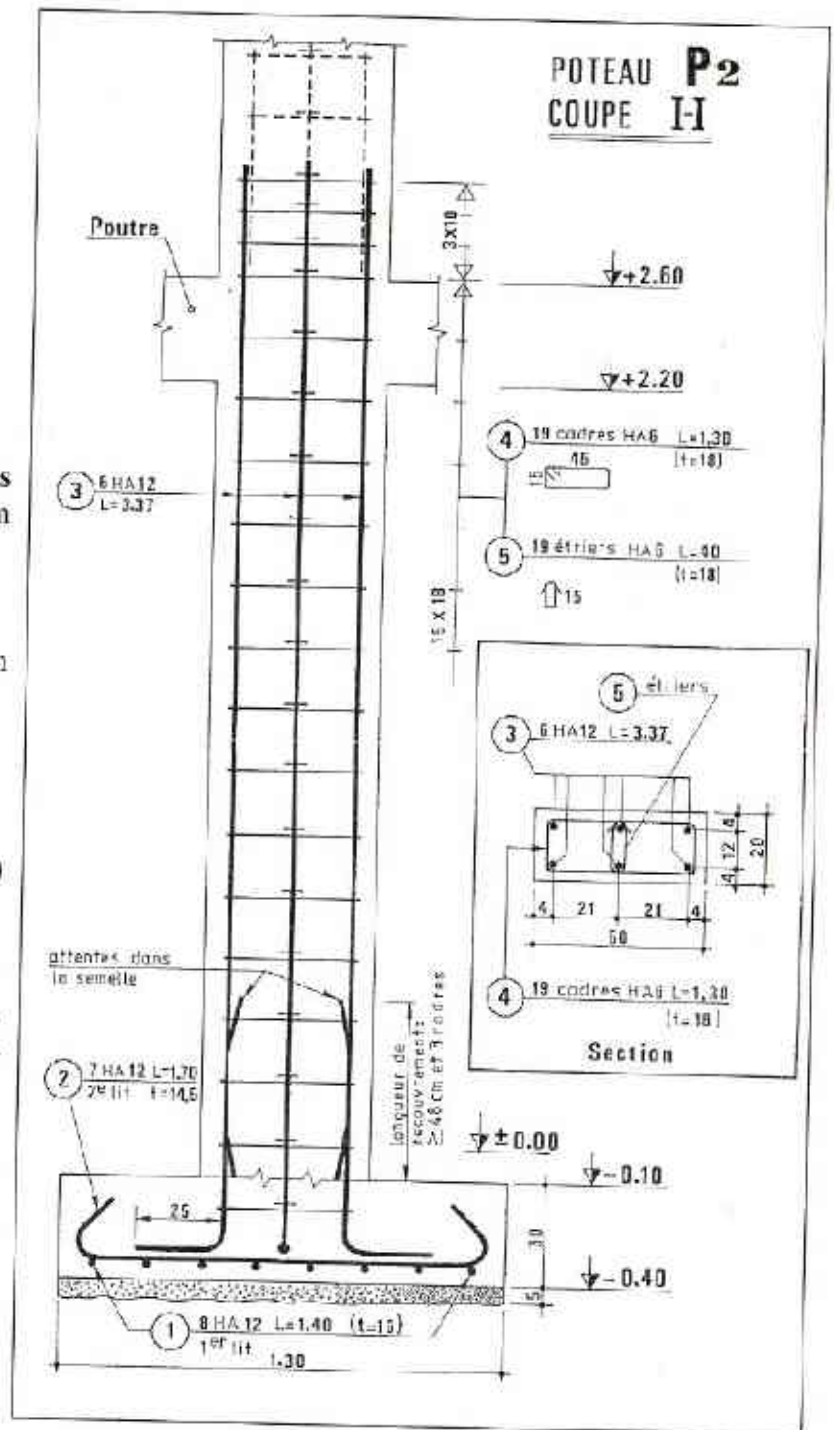
$$l_f = 0,7 l_0 = 1,89 \text{ m}$$

$$\lambda = 2\sqrt{3} \frac{l_f}{a} = 32,74 < 50$$

$$\text{donc } \alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left(\frac{\lambda}{35} \right)^2} = 0,7234$$

$$B_r = 864 \text{ cm}^2 \text{ et } f_{c28} = 20 \text{ MPa}$$

$$\bar{N}_u = 1,097 \text{ MN}$$



N.B. Hauteur libre du poteau = $260 \text{ cm} + 10 \text{ cm}$

LOGICIEL CBA

Cet ouvrage est illustré de nombreux exemples traités ou vérifiés à l'aide de modules de calculs élaborés par les auteurs dans un souci pédagogique.

Ces modules fonctionnent sur compatibles PC sous DOS :

- dix d'entre eux sont regroupés sur une première disquette ;
- dix autres modules seront regroupés sur une seconde disquette.

■ Contenu de la disquette n° 1

Elle comporte 6 modules RdM et 4 modules BAEL 91, correspondant sensiblement au contenu de cet ouvrage.

Thèmes	Applications	Cas traités
RdM	CdG et moment quadratique I_x Poutres ISO (calcul de M et V)	Section : <ul style="list-style-type: none">• simples• composées Charges : <ul style="list-style-type: none">• uniformes• localisées• trapézoïdales• quelconques
BAEL 91	Armatures des sections de poutres fléchies à section rectangulaire Vérification des contraintes et M_u (section rectangulaire et en T _e) Armatures de poteaux en compression centrée	A_s : ELS et ELUR σ et M_u : ELS et ELUR B. 8. 4 : méthode forfaitaire

■ Contenu de la disquette n° 2 (en préparation)

Fondations rigides, poutres continues (méthodes Caquot et forfaitaire), adhérence, effort tranchant, flèches, calcul des sections fléchies avec armatures comprimées à l'ELS et à l'ELUR.

Pour tout renseignement complémentaire concernant les conditions d'obtention de ces produits, écrivez soit directement aux auteurs à l'adresse indiquée ci-dessous :

J. LAMIRAULT, Laboratoire de Génie civil
École centrale de Nantes
1 rue de la Noë, 44072 Nantes Cedex 03

soit aux Éditions FOUCHER (Service Édition - Secteur industriel).

10

Tirants: traction simple

Les tirants sont des éléments B.A. soumis à un effort normal de traction.

Ils servent à équilibrer:

- les poussées horizontales, par exemple les poussées engendrées aux appuis par un arc;
- les actions verticales, cas d'utilisation: suspentes.

Condition de sollicitation de traction simple dans une section: le point d'application de l'effort normal de traction N doit coïncider avec le C.d.G. de la section des armatures et de celle du béton.

Démarche

Il s'agit de considérer les états limites afin de:

- déterminer les sections d'acier en fonction de N_u et N_{ser} ;
- contrôler les dispositions réglementaires minimales.

1. Hypothèses d'études

- La résistance du béton tendu n'est pas prise en compte.
- L'effort normal N est uniquement équilibré par les aciers.
- Même centre de surface (C.d.G.) pour la section de béton et pour la section des armatures.
- La condition d'équilibre statique doit être satisfaite:
 - à l'E.L.U.R. $\rightarrow N_u$
 - à l'E.L.S. $\rightarrow N_{ser}$



Fig. 1

Schéma de principe

Principe de calcul

$$\text{Effort normal de calcul} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Section} \\ \text{des aciers} \end{array} \right\} \times \left\{ \begin{array}{l} \text{Contrainte} \\ \text{de calcul} \end{array} \right\}$$

$$N_u = A_u \times f_{su}$$

$$N_{ser} = A_{ser} \times \sigma_{st}$$

3. Détermination des sections d'armatures

Calcul E.L.U.R.

- Effort normal de traction

$$N_u = 1,35 G + 1,50 Q$$
- Condition d'équilibre statique

$$N_u = A_{su} \times f_{su}$$
- Calcul de la section théorique

$$A_{su} = N_u / f_{su}$$

Calcul E.L.S.

- Effort normal de traction

$$N_{ser} = G + Q$$
- Condition d'équilibre statique

$$N_{ser} = A_{ser} \times \overline{\sigma}_{st}$$
- Calcul de la section théorique

$$A_{ser} = N_{ser} / \overline{\sigma}_{st}^*$$

Section théorique à retenir:

$$A = \sup \{ A_u; A_{ser} \}$$

* Voir Annexe 2 pour $\overline{\sigma}_{st}$

2. Contraintes de calcul

État limite de résistance (E.L.U.R.)

- Déformation de l'acier:

$$\epsilon_s = 10 \text{‰} \rightarrow \text{pivot A}$$
- Contrainte de traction: $f_{su} = f_e / \gamma_s$

État limite de service (E.L.S.)

- État limite d'ouverture de fissures. La contrainte de traction des aciers σ_{st} est bornée suivant les cas de fissuration:
 - préjudiciable,
 - très préjudiciable.
- La valeur des contraintes de calcul est fonction de la nuance de l'acier et de la résistance du béton à la traction (voir Annexe 2).

Conséquence pratique

Limitation de la section du béton vis-à-vis de la section d'aciers

Condition de non-fragilité

(B.A.E.L. A.4.2)

$$\underbrace{A_s \times f_e}_{\text{Effort de traction des aciers}} \geq \underbrace{B \times f_{t28}}_{\text{Effort de traction du béton}}$$

Notations

A_s : section réelle des aciers tendus
 f_e : limite d'élasticité de l'acier
 B : section totale du béton tendu
 f_{t28} : résistance caractéristique du béton à la traction

4. Dispositions réglementaires minimales

Conditions d'enrobage des aciers

(B.A.E.L. A.7.1)

L'enrobage c de toute armature est au moins égal à :

- 5 cm : ouvrages à la mer
- 3 cm : milieu soumis à des actions agressives
- 3 cm : milieu soumis soit
 - aux intempéries
 - aux condensations
 - aux liquides
- 1 cm : locaux couverts et clos, sans condensation.

Possibilités de bétonnage correct

(B.A.E.L. A.7.2)

$$\varnothing_t \leq \{h/35; \varnothing; b_0/10\}$$

$$e_v \geq \{c_g; \varnothing\}$$

$$e_h \geq \{1,5c_g; \varnothing\}$$

$$c_t \geq \varnothing$$

Voir figure 2.

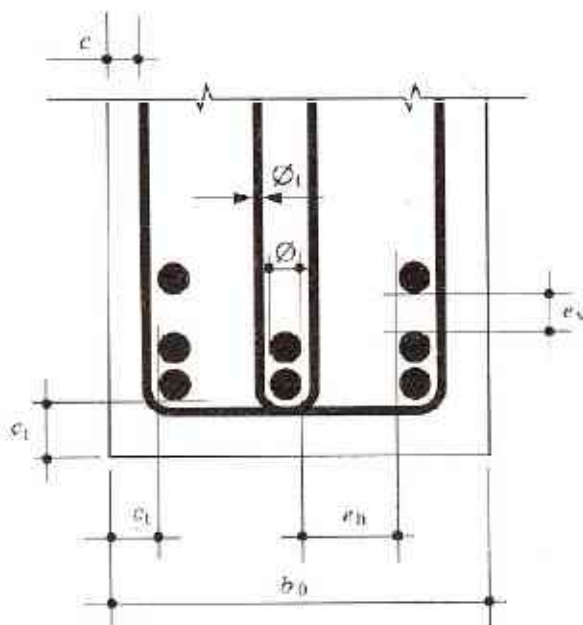


Fig. 2 Protection des aciers et possibilités de bétonnage

Diamètres et écartements

Cas de la fissuration préjudiciable

- Aciers longitudinaux tendus :
 $\varnothing \geq 6 \text{ mm}$
- Écartement entre barres :
 $e_h \leq 4 \varnothing$ si $\varnothing \geq 20 \text{ mm}$

Cas de la fissuration très préjudiciable

- Aciers tendus :
 $\varnothing \geq 8 \text{ mm}$
- Écartement entre barres :
 $e_h \leq 3 \varnothing$ si $\varnothing \geq 20 \text{ mm}$

Jonction de barres par recouvrement

- Longueur de scellement droit l_s

En pratique :

$$l_s = 40 \varnothing \text{ pour Fe E 400}$$

$$l_s = 50 \varnothing \text{ pour Fe E 500}$$

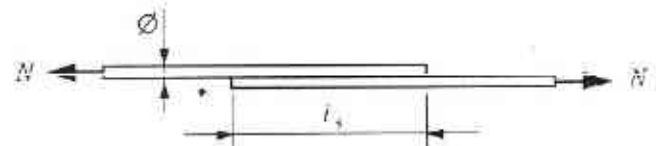


Fig. 3 Jonction de barres par recouvrement

- Nombre de cadres sur la longueur de recouvrement

$$\text{Condition: } 2n A_1 \geq n_1 A_1$$

n : nombre de cadres

A_1 : section d'un brin

n_1 : nombre de barres non continues au droit du recouvrement

A_1 : section d'une barre

D'ASSIMILATION 1

Déterminer la section d'acier pour un tirant en B. A. soumis à un effort normal de traction simple, appliqué au C. d. G. de la section.

Données

- $N_u = 220\ 000\ \text{N}$, ou $0,22\ \text{MN}$
- $N_{ser} = 160\ 000\ \text{N}$, ou $0,16\ \text{MN}$
- Section du tirant: $15\ \text{cm} \times 15\ \text{cm}$
- Acier Fe E 400; $\gamma_s = 1,15$; $\eta = 1,6$
- Béton: $f_{c28} = 30\ \text{MPa}$
- Cas de fissuration préjudiciable

Réponse

Calcul E. L. U. R.

- Contraintes de calcul de l'acier:
 - pivot A; $\epsilon_s = 10\ \text{‰}$
 - $f_e / \gamma_s = 348\ \text{MPa}$
- Section théorique d'armature tendue (en cm^2):
 - $A_u = N_u / f_{su}$
 - $A_u = \frac{0,22}{348} \times 10^4 = 6,32\ \text{cm}^2$ *

Calcul E. L. S.

- Contrainte de calcul: $\bar{\sigma}_{st} = 216\ \text{MPa}$
(Lire la valeur de $\bar{\sigma}_{st}$ en Annexe 2, pour $f_{c28} = 30\ \text{MPa}$ et fiss. préj.)
- Section théorique d'armature tendue (en cm^2):
 - $A_{ser} = \frac{N_{ser}}{\bar{\sigma}_{st}} = \frac{0,16 \times 10^4}{216} = 7,41\ \text{cm}^2$
 - $A_{ser} = 7,41\ \text{cm}^2 > A_u = 6,32\ \text{cm}^2$ *

Choix de la section réelle:
 $A_s = 4\ \text{HA}\ 16$ totalisant $8,04\ \text{cm}^2$

Contrôle de la condition de non-fragilité

$$A_s \times f_b \geq B \times f_{t28}$$

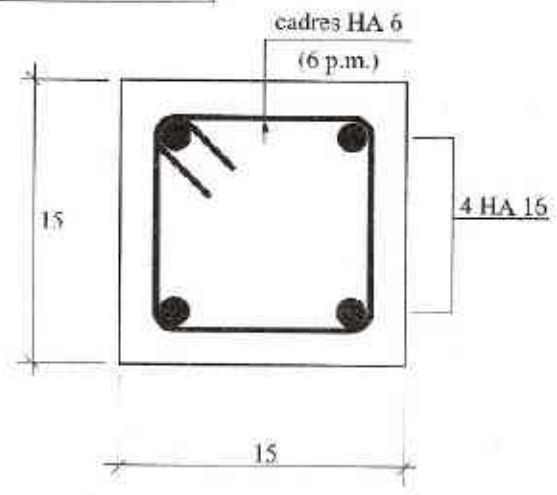
$$8,04 \times 10^{-4} \times 400 > 225 \times 10^{-4} \times 2,40$$

ou: $0,32\ \text{MN} > 0,054\ \text{MN}$

(*) Remarque: le calcul E.L.U.R. avec un acier HA Fe E 500 donne $A_u = 5,06\ \text{cm}^2$.

Fig. 4

Section du tirant

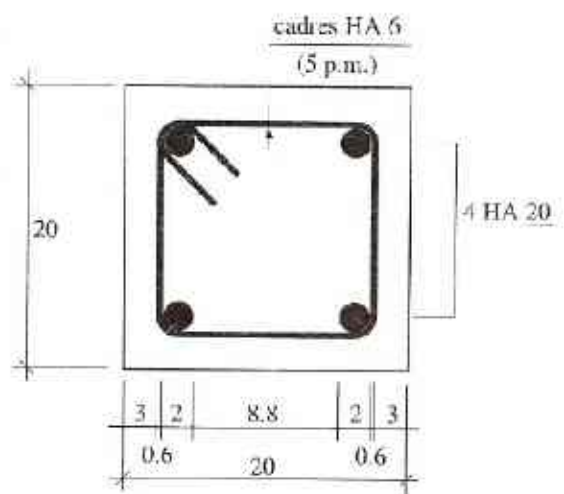


D'ASSIMILATION 2

Contrôler les dispositions constructives ci-après d'un tirant de section $20\ \text{cm} \times 20\ \text{cm}$, armé de 4 HA 20 (Voir figure 5).

Béton: $f_{c28} = 25\ \text{MPa}$
Diamètre des granulats utilisés $c_g \leq 20\ \text{mm}$.
Cas de fissuration préjudiciable.

Fig. 5



Données

Réponse

Dispositions constructives minimales	Conformité
Enrobage: $c \geq 3$ cm	Oui
Possibilité de bétonnage correct: $e_h \geq (\emptyset; 1,5 c_s)$ $e_h \leq 4 \emptyset$	(Voir fig. 2) Oui $e_h = 8,8$ cm $>$ 8 cm
Diamètres des cadres: 6 mm Espacement des cadres: 20 cm	Oui Pas de règle particulière en zone courante
Condition de non fragilité: $A_s = 12,57$ cm ² ; $B = 400$ cm ² $f_c = 400$ MPa; $f_{t28} = 2,10$ MPa	Condition: $A_s \times f_s \geq B \times f_{t28}$ vérifiée

Remarques:

- Effort de traction (en admettant la conformité):
 $N_u = 0,437$ MN à l'E.L.U.R. et $N_{ser} = 0,254$ MN à l'E.L.S.
- Avec utilisation d'un acier HA Fe E 500, on a:
 $N_u = 0,546$ MN et N_{ser} est inchangé.

D'ASSIMILATION 3

Déterminer la section d'armature et contrôler les dispositions constructives du tirant horizontal de la figure 6.

Ce tirant relie les montants inclinés d'un portique au niveau des appuis.

Il repose sur le sol et son poids propre n'est pas à prendre en compte.

Il est destiné à équilibrer les poussées horizontales du portique.

Données

- Matériaux:
acier Fe E 400; $n = 1,6$
béton $f_{c28} = 27$ MPa
- Cas de fissuration: très préjudiciable
- Sol jugé agressif
- Effort normal de traction simple:
 $N_u = 0,540$ MN
 $N_{ser} = 0,365$ MN

Réponse

Calcul E. L. U. R.

- Contrainte de calcul de l'acier:
pivot A; $\varepsilon_s = 10$ ‰; $f_{su} = 348$ MPa

- Section théorique de l'armature

$$A_u = \frac{0,540}{348} \times 10^4 = 15,52 \text{ cm}^2*$$

Calcul E. L. S.

- Contrainte de calcul σ_{st} :
 $\bar{\sigma}_{st} = 170$ MPa (voir Annexe 2)

- Section théorique de l'armature:

$$A_{ser} = \frac{0,365}{170} \times 10^4 = 21,47 \text{ cm}^2$$

$A_{ser} > A_u \rightarrow$ Choix de la section réelle:

4 HA 20 + 2 HA 25 totalisant 22,39 cm²

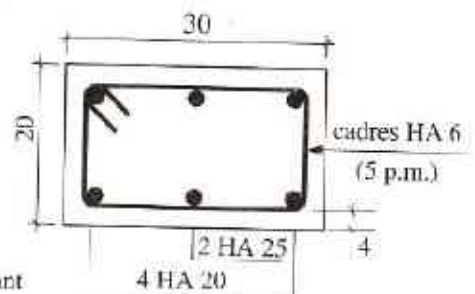
(*) Remarque: le calcul E.L.U.R. avec un acier HA Fe E 500 donne $A_u = 12,42$ cm².

Dispositions constructives minimales

- $c \geq 3$ cm: vérifié
- $e_h = 7,15$ cm $\leq 3 \emptyset$: conforme
- Bétonnage correct assuré (B.A.E.L. A.7.2)
- Même C.d.G. pour l'armature et la section de béton (aciers disposés symétriquement)

Fig. 6

Section du tirant



D'ASSIMILATION 4

Rechercher l'état limite déterminant pour la section des armatures d'un tirant (s'agit-il de l'E.L.U.R. ou de l'E.L.S. ?).

Données

$N_u = 0,401 \text{ MN}$ et $N_{ser} = 0,288 \text{ MN}$
 $f_e = 400 \text{ MPa}$; $f_{c28} = 40 \text{ MPa}$
 Cas de fissuration préjudiciable.

Réponse

$A_u = 11,50 \text{ cm}^2$; $A_{ser} = 11,12 \text{ cm}^2$
 État déterminant: E.L.U.R.

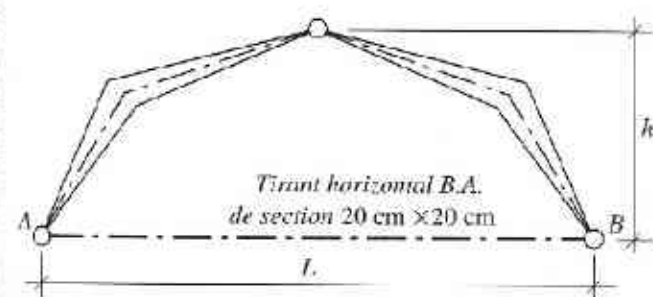
Remarques: dans la majeure partie des cas rencontrés, c'est l'E.L.S. qui est l'état déterminant. L'utilisation d'un acier HA Fe E 500 donnerait pour le calcul à l'E.L.U.R.:
 $A_u = 9,22 \text{ cm}^2 < 11,12 \text{ cm}^2$.

ETUDE DE CAS

Un atelier industriel est réalisé à l'aide d'éléments préfabriqués formant arcs isostatiques à trois articulations.

Pour équilibrer les poussées engendrées en pied, un tirant horizontal B.A. repose sur le sol et relie les extrémités distantes de 16 m.

Déterminer l'armature du tirant soumis à un effort normal de traction simple.



Données

- Matériaux utilisés:
 - béton $f_{c28} = 22 \text{ MPa}$
 - acier Fe E 400; $n = 1,6$
 - (barres du commerce: $L = 12 \text{ m}$)
- Section du tirant prévue: $20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$
- Fissuration jugée très préjudiciable
- Efforts normaux:
 - $N_u = 0,420 \text{ MN}$
 - $N_{ser} = 0,300 \text{ MN}$

Fig. 7

Atelier industriel: éléments de la structure

Réponses

Calcul E. L. U. R.

- Contrainte de calcul de l'acier:

$$f_{su} = 348 \text{ MPa}$$

- Section théorique de l'armature:

$$A_u = \frac{0,420}{348} \times 10^4 = 12,06 \text{ cm}^2*$$

Calcul E. L. S.

- Contrainte de calcul de l'acier:

$$\bar{\sigma}_{st} = 158 \text{ MPa}$$

- Section théorique de l'armature:

$$A_{ser} = \frac{0,300}{158} \times 10^4 = 18,99 \text{ cm}^2$$

$A_{ser} > A_u \rightarrow$ Choix de la section réelle:

4 HA 25 totalisant $19,63 \text{ cm}^2$

(*) Remarque: le calcul E.L.U.R. avec un acier HA Fe E 500 donne $A_u = 9,66 \text{ cm}^2$.

Étude de la jonction des barres par recouvrement décalé

(1 décalage / 2 barres)

- Longueur de recouvrement

$$l_s = 40 \varnothing$$

$$= 40 \times 2,5 \text{ cm} = 100 \text{ cm.}$$

- Nombre de cadres n sur l_s

Section totale de deux aciers tendus:

$$A_{st} = 9,82 \text{ cm}^2$$

Section d'un brin de cadre HA 8:

$$A_t = 0,5 \text{ cm}^2$$

Il faut $2n \times A_t = A_{st}$, d'où:

$$n = \frac{9,82}{2 \times 0,5} = 10 \text{ cadres,}$$

soit 10 HA 8 espacés de 10 cm.

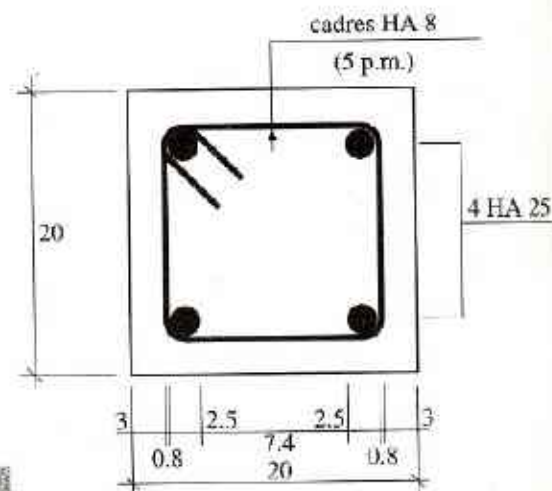


Fig. 8

Section du tirant

Les dispositions constructives et la condition de non-fragilité sont conformes
(analyser la figure 8 en tenant compte du paragraphe 4).

11

E.L.U.R. : flexion simple

Section rectangulaire sans armature comprimée

On considère des éléments fléchis (poutres, dalles de planchers etc.) en béton armé.

Les sollicitations normales sont celles qui peuvent être équilibrées à l'aide des contraintes normales développées sur les sections droites des pièces (B.A.E.L. A.4) par :

- compression du béton essentiellement (zone comprimée);
- traction des aciers (zone tendue).

Le principe des justifications (B.A.E.L. A.1.2.) conduit à considérer :

- les états limites ultimes, en particulier l'état limite ultime de résistance (E.L.U.R.);
- les états limites de service (E.L.S.).

But et démarche proposée

Le présent chapitre a pour but d'étudier et d'appliquer les méthodes de détermination simple et rapide d'une section de béton armé en effectuant deux étapes principales :

1. Contrôler en une seule phase si :

- la section est sans armature comprimée ($A'_s = 0$);
- la contrainte limite de compression du béton à l'E.L.S. est respectée ($\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc}$). (B.A.E.L. A.4.5.2)

2. Déterminer l'armature longitudinale par l'une des méthodes suivantes :

- calcul direct;
- utilisation de tableaux numériques.

Remarque importante

Dans le cas de fissuration peu préjudiciable, la détermination de l'armature tendue est obtenue par un seul calcul effectué à l'E.L.U.R., qui tient compte de la limite σ_{bc} imposée en service.

La vérification des contraintes à l'E.L.S. n'est donc pas nécessaire mais peut servir à contrôler les résultats obtenus.

1. Hypothèses d'études

(B.A.E.L. A.4.3.)

- **Béton** : diagramme rectangulaire simplifié relatif aux déformations - contraintes en compression.

N.B. Les contraintes de traction sont négligées dans les calculs.

- **Acier** : diagramme bilinéaire de calcul (traction et compression).

- **Adhérence** : pas de glissement entre acier et béton.

- **Déformations limites** : suivant la règle des «trois pivots» qui impose en flexion simple d'atteindre l'un des pivots A ou B.

- *Pivot A* : allongement des aciers limité à 10‰

- *Pivot B* : raccourcissement du béton limité à 3,5‰

N.B. Voir également chapitre 6 «Bétons et aciers - Caractéristiques» et chapitre 7 «Déformations et contraintes de calcul».

2. Contraintes de calcul

(B.A.E.L. A.4.3.4.)

- **Contrainte de compression du béton**

Cas courants :

($j \geq 28$ jours et $\gamma_s = 1,5$)

$$f_{bu} = 0,85 \frac{f_{cj}}{1,5}$$

- **Contrainte de traction des aciers**

Cas courants ($\gamma_s = 1,15$):

$$f_{su} = f_e / \gamma_s$$

- Acier HA Fe E 400 :

$$f_{su} = 347,8 \text{ MPa si } 1,74\text{‰} \leq \varepsilon_s \leq 10\text{‰}$$

- Acier HA Fe E 500 :

$$f_{su} = 434,8 \text{ MPa si } 2,17\text{‰} \leq \varepsilon_s \leq 10\text{‰}$$

- **Contrainte limite de compression du béton à l'E.L.S.**

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{cj}$$

- **Résistance caractéristique du béton en traction**

$$f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj}$$

N.B. Voir chapitre 6 et 7 et Annexe 2.

3. Combinaisons

On distingue les cas suivants :

- une seule travée sans porte à faux ;
- plusieurs travées sans porte à faux ;
- poutres avec porte à faux ;

En général, dans les travées chargées, on prend à l'E.L.U.R. :

$$1,35 G + 1,5 Q_B$$

N.B. Revoir le chapitre 5.

4. Calcul des sollicitations

• Moment ultime :

$$M_u = 1,35 M(G) + 1,5 M(Q_B)$$

• Moment en service :

$$M_{ser} = M(G) + M(Q_B)$$

• Rapport des moments :

$$1,35 \leq \gamma \leq 1,5$$

Remarque: la valeur de γ intervient dans le calcul du moment critique à l'E.L.U.R. (voir paragraphe 6).

5. Conditions d'équilibre d'une section rectangulaire

On considère une section courante soumise à un moment de flexion simple.

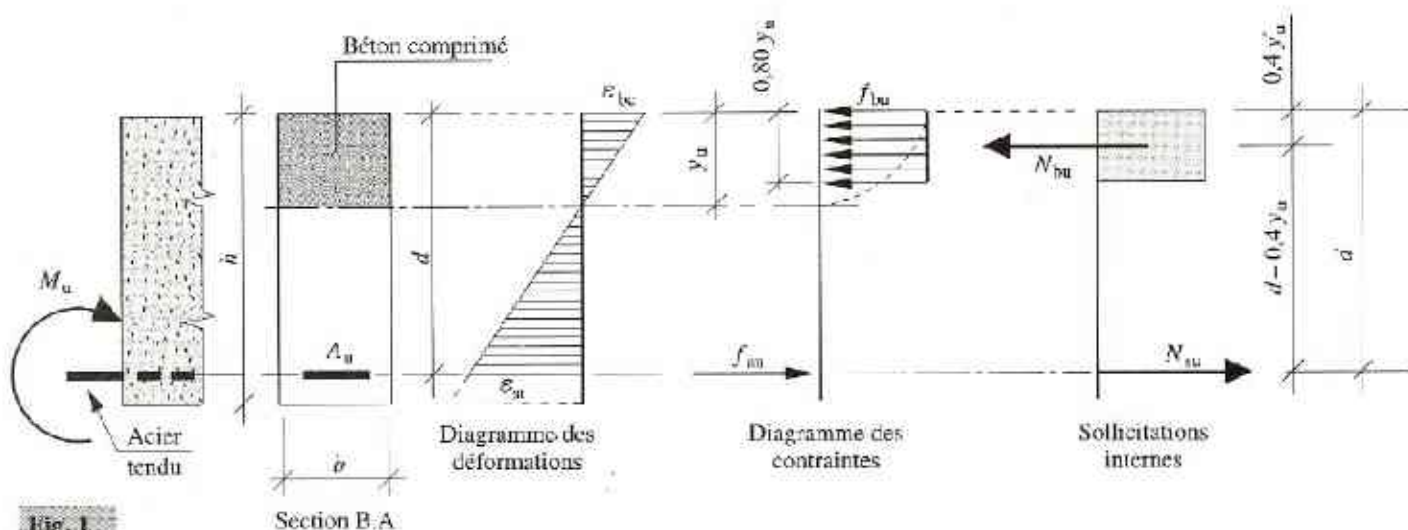


Fig. 1

Section B.A.

Section rectangulaire B.A. : conditions d'équilibre

5.1 Équations d'équilibre

• Équilibre des efforts normaux :

$$\underbrace{\sum_{\text{proj. } O_x} (\vec{F})}_{\text{effort de compression du béton}} = \underbrace{\vec{0}}_{\text{effort de traction des aciers}} \text{ soit}$$

$$N_{bu} = N_{su}$$

$$0,80 y_u \cdot b \cdot f_{bu} = A_s \cdot f_{su} \quad (1)$$

• Bras de levier (symbole z_u)

$$z_u = d - 0,40 y_u \quad (2)$$

• Équilibre des moments par rapport au C.d.G. des aciers tendus

$$\underbrace{\sum M/A}_{\text{moment de flexion}} \{ \vec{F} \} = \underbrace{\vec{0}}_{\text{effort de compression}} \cdot \underbrace{z_u}_{\text{bras de levier}} \text{ soit}$$

$$M_u = N_{bu} \times z_u$$

$$M_u = (0,80 y_u \cdot b \cdot f_{bu}) (d - 0,4 y_u) \quad (3)$$

• Expression de M_u

Avec (1) et (2) on obtient :

$$M_u = A_s \cdot f_{su} \cdot z_u \quad (3')$$

5.2 Paramètres de calcul

- Position relative de la fibre neutre dans la section (symbole α_u)

$$\alpha_u = y_u / d \quad (4)$$

- Pourcentage mécanique :

On pose :

$$\rho_u = \frac{A_u}{b \cdot d} \cdot \frac{f_{su}}{f_{bu}} \quad (5)$$

- L'équation (1) devient :

$$0,80 \alpha_u = \rho_u$$

- Bras de levier réduit (symbole β_u)

On pose $\beta_u = z_u / d$ soit $\beta_u = 1 - 0,40 \alpha_u$ (6)

- Moment ultime réduit : μ_{bu}

$$M_u = 0,80 \alpha_u (1 - 0,40 \alpha_u) b \cdot d^2 \cdot f_{bu}$$

En posant :

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} \quad (7)$$

on obtient l'expression du moment ultime réduit :

$$\mu_{bu} = 0,80 \alpha_u (1 - 0,40 \alpha_u) \quad (8)$$

- Expression de α_u en fonction de μ_{bu}

$$\alpha_u = 1,25 \left(1 - \sqrt{1 - 2 \mu_{bu}} \right) \quad (9)$$

D'ASSIMILATION 1

Préciser les étapes du calcul à l'E.L.U.R. pour déterminer la section d'armature A_u en utilisant les paramètres de calcul :

$$\mu_{bu}; \alpha_u; \beta_u$$

On utilisera les formules précédentes (n° 1 à 9).

Remarque : dans cette première approche, il n'est pas tenu compte de la notion de « moment critique » définie ci-après (paragraphe 6).

Données

- Section utile du béton : $b; d$
- Contraintes de calcul

béton : f_{bu}

acier : f_{su}

- Moment agissant ultime : M_u

Réponse

Étapes principales :

1. Calcul du moment réduit :

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}}$$

2. Position relative de la fibre neutre :

$$\alpha_u = 1,25 \left(1 - \sqrt{1 - 2 \mu_{bu}} \right)$$

3. Bras de levier réduit :

$$\beta_u = 1 - 0,4 \alpha_u$$

4. Section d'armature. La formule (3') donne :

$$A_u = \frac{M_u}{\beta_u \cdot d \cdot f_{su}}$$

D'ASSIMILATION 2

Déterminer le pivot à considérer A ou B à l'aide du paramètre :

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}}$$

Indications

- Partir du diagramme de déformation de la section en considérant :
 - le pivot A $\rightarrow \epsilon_{st} = 10\text{‰}$
 - le pivot B $\rightarrow \epsilon_{bc} = 3,5\text{‰}$
- Tracer la ligne qui joint A et B.
- Établir une relation entre triangles semblables pour obtenir la valeur particulière de $\alpha_u = y_u / d$.

- Calculer μ_{bu} en fonction de α_u
- En déduire la règle pratique de détermination des pivots (pivot A ou pivot B).

Réponse

- Diagramme de déformation de la section :

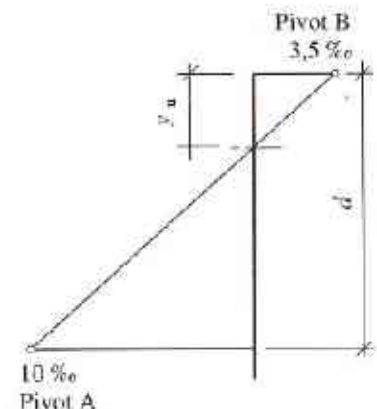


Fig. 2

- Relation entre triangles :

$$\frac{\varepsilon_{bc}}{\varepsilon_{bc} + \varepsilon_{st}} = \frac{3,5}{13,5} = \frac{y_u}{d} = \alpha_u,$$

soit

$$\alpha_u = 0,259$$

- Valeur correspondante de μ_{bu} :

$$\mu_{bu} = 0,80 \alpha_u (1 - 0,40 \alpha_u) = 0,186$$

- Détermination des pivots :

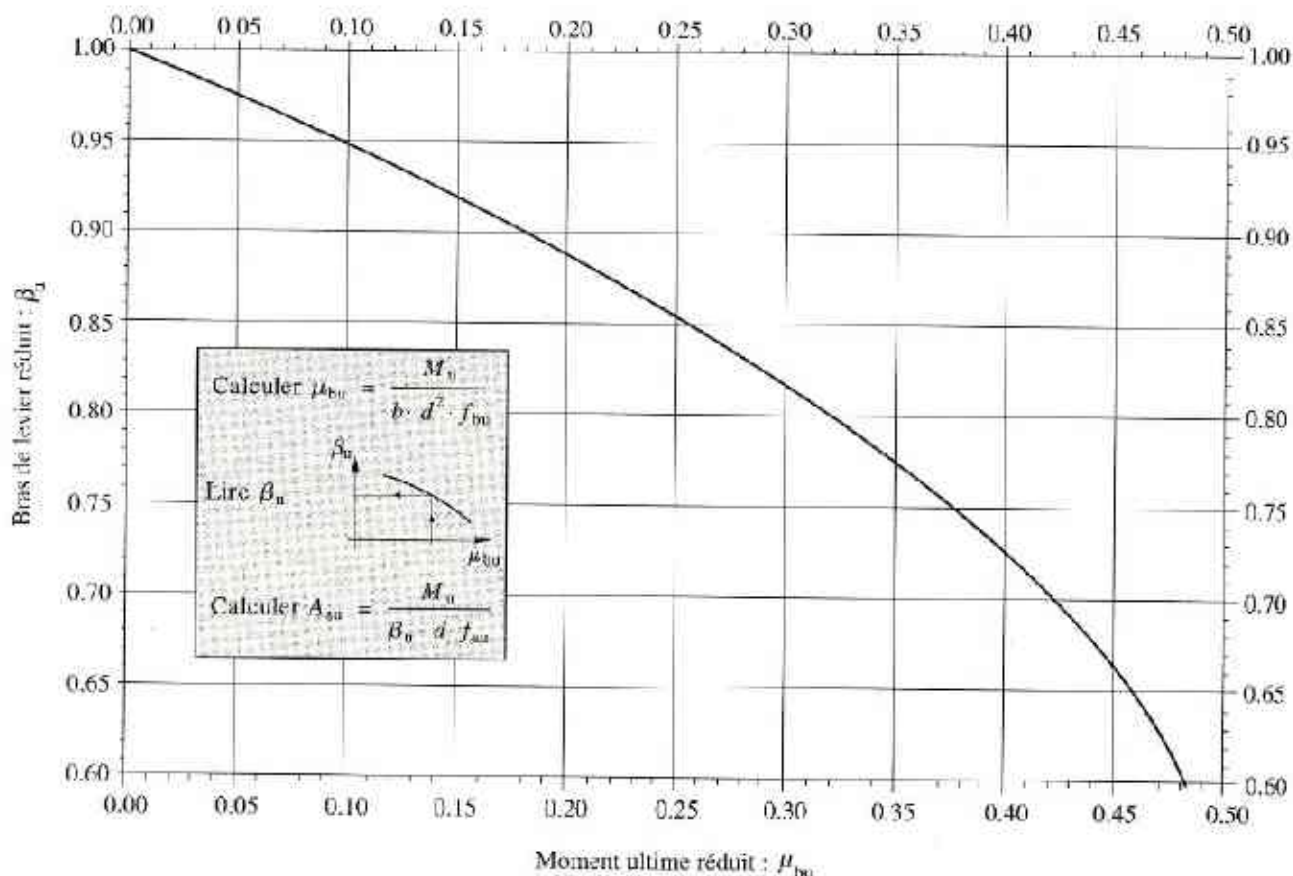
$$\mu_{bu} \leq 0,186 \text{ pivot A}$$

$$\mu_{bu} \geq 0,186 \text{ pivot B}$$

EXERCICE 4 Détermination graphique

Calculer l'armature tendue pour les sections correspondant aux données suivantes, en exploitant le graphique ci-après qui donne β_u en fonction de μ_{bu} :

Séction I	Établissement du graphique $\mu_{bu} \longrightarrow \beta_u$	Section II
$M_u = 0,044 \text{ MNm}$ $b = 15 \text{ cm}$ $d = 30 \text{ cm}$ $f_{bu} = 14,17 \text{ MPa}$ $f_{su} = 347,8 \text{ MPa}$ $\mu_{bu} = 0,2300$	$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}}$ $\alpha_u = 1,25 \left(1 - \sqrt{1 - 2 \mu_{bu}} \right)$ $\beta_u = 1 - 0,40 \alpha_u$ <p style="text-align: center;">soit</p> $\beta_u = 0,5 \left(1 + \sqrt{1 - 2 \mu_{bu}} \right)$	$M_u = 0,238 \text{ MNm}$ $b = 25 \text{ cm}$ $d = 50 \text{ cm}$ $f_{bu} = 14,17 \text{ MPa}$ $f_{su} = 434,8 \text{ MPa}$ $\mu_{bu} = 0,2688$



N.B. Les valeurs de μ_{bu} sont limitées par celles des moments ultimes réduits explicités au paragraphe suivant pour avoir une section sans aciers comprimés.

Réponse (μ_{bu} connu)

Lecture du graphique Section I	Calcul direct		Lecture du graphique Section II
	Section I	Section II	
$\beta_u = 0,870$	$\beta_u = 0,867$	Calcul à effectuer	$\beta_u = 0,840$
$z_u = 26,1 \text{ cm}$	$z_u = 26,0 \text{ cm}$		$z_u = 42 \text{ cm}$
$A_u = \frac{M_u}{z_u \cdot f_{su}} = 4,85 \text{ cm}^2$	$A_u = 4,85 \text{ cm}^2$		$A_u = 13,03 \text{ cm}^2$

Remarque: on pourra apprécier les faibles écarts de résultats obtenus par simple lecture du graphique ou par calcul direct.

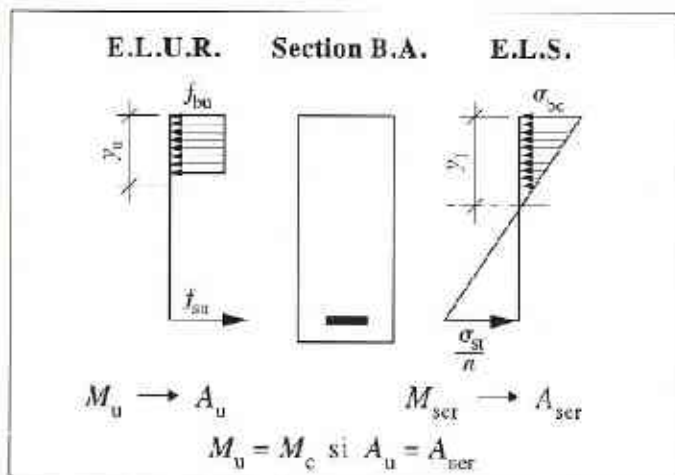
6. Moment critique ultime

(symbole M_c)

Par définition, il s'agit du moment agissant ultime dans une section de béton armé qui satisfait strictement à la fois :

1. l'équilibre de la section B.A. à l'E.L.U.R. avec une armature tendue A_u ;
2. l'état limite de compression du béton à l'E.L.S. sur la fibre la plus comprimée du béton avec (B.A.E.L. A.4.5.2):

$$\sigma_{bc} = 0,6 f_{cf} \text{ et } A_{ser} = A_u$$



7. Moment critique réduit

(symbole μ_c)

Il dépend :

- de la résistance caractéristique du béton en compression: f_{c28} ;
- de la limite élastique de l'acier utilisé f_e ;
- du cas de fissuration;
- du rapport $\gamma = M_u / M_{ser}$.

Par définition:
$$\mu_c = \frac{M_c}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}}$$

Les tableaux ci-après donnent le moment critique réduit en fonction de γ et de f_c , dans le cas de fissuration peu préjudiciable. Ils figurent en totalité dans l'Annexe 3.

Exemple de lecture sur tableau

Données:

- Matériaux
béton: $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$
acier: HA Fe E 400
- Fissuration peu préjudiciable
- Rapport $\gamma = 1,38$

Moment critique réduit: $\mu_c = 0,3159$

Tableaux des moments critiques réduits, fissuration peu préjudiciable

Tableau 1: Aciers HA de nuance Fe E 400

γ	Résistances caractéristiques f_c (MPa)									
	18	20	22	25	27	30	32	35	37	40
1.35	.2420	.2534	.2675	.2835	.2930	.3057	.3132	.3235	.3297	.3382
1.36	.2449	.2584	.2706	.2867	.2963	.3091	.3167	.3271	.3333	.3418
1.37	.2479	.2615	.2738	.2900	.2996	.3125	.3202	.3306	.3369	.3454
1.38	.2508	.2646	.2770	.2933	.3030	.3159	.3236	.3341	.3404	.3491

Tableau 2: Aciers HA de nuance Fe E 500

γ	Résistances caractéristiques f_c (MPa)									
	18	20	22	25	27	30	32	35	37	40
1.35	.2138	.2271	.2392	.2554	.2652	.2784	.2864	.2974	.3041	.3132
1.36	.2165	.2299	.2421	.2584	.2683	.2816	.2897	.3007	.3074	.3167
1.37	.2191	.2327	.2450	.2615	.2714	.2849	.2930	.3041	.3108	.3202
1.38	.2219	.2355	.2479	.2646	.2746	.2881	.2963	.3075	.3143	.3236




Ces tableaux figurent en totalité ($1,35 \leq \gamma \leq 1,50$) dans l'Annexe 3.

8. Calcul des armatures longitudinales tendues

8.1. Premier procédé de calcul (méthode directe)

Organigramme de calcul	Exemple: poutre B.A. simplement fléchié	
<pre> graph TD A[Données: Mu, Mser, b, d, fbu, fsu] --> B["mu_bu = Mu / (b * d^2 * fbu)"] B --> C{"mu_bu <= 0,186"} C -- oui --> D["Pivot A epsilon_st = 10‰"] C -- non --> E["Pivot B epsilon_bc = -3,5‰"] E --> F["Lire mu_c(gamma, fc)"] F --> G{"mu_bu < mu_c"} G -- oui --> H["sigma_st = fsu"] G -- non --> I["As != 0"] D --> J["alpha_u = 1,25 * (1 - sqrt(1 - 2 * mu_bu))"] H --> J I --> J J --> K["y_u = alpha_u * d"] K --> L["z_u = d - 0,4 * y_u"] L --> M["Au = Mu / (z_u * fsu)"] </pre> <p>(*) Rappels: $\gamma = M_u / M_{ser}$; $f_{bu} = 0,85 f_{c28} / \gamma_b$; $f_{su} = f_c / \gamma_s$</p>	<p>Section rectangulaire: $b = 18 \text{ cm}$; $d = 35 \text{ cm}$ Fissuration peu préjudiciable Béton: $f_{c28} = 22 \text{ MPa}$; acier: $f_c = 400 \text{ MPa}$</p>	<p>$M_u = 44\ 100 \text{ Nm}$ $M_u = 66\ 150 \text{ Nm}$ $M_{ser} = 30\ 000 \text{ Nm}$ $M_{ser} = 45\ 000 \text{ Nm}$</p>
<p>$f_{bu} = 12,47 \text{ Mpa}$ $\mu_{bu} = 0,1604$</p>	<p>$\mu_{bu} < 0,186$</p> <p>Pivot A $\epsilon_{st} = 10 \text{ ‰}$</p>	<p>$\gamma = 1,47$ $\mu_{bu} = 0,2406$</p> <p>$\mu_{bu} > 0,186$</p> <p>Pivot B $\epsilon_{bc} = -3,5 \text{ ‰}$</p>
<p>Lecture tableaux des moments critiques réduits inutile</p>	<p>$\mu_c = 0,3061$ $\mu_{bu} < \mu_c$</p> <p>$\sigma_{st} = f_{su} = 347,8 \text{ MPa}$</p> <p>$\alpha_u = 0,2198$</p> <p>$y_u = 7,69 \text{ cm}$</p> <p>$z_u = 31,92 \text{ cm}$</p> <p>$A_u = 3,97 \text{ cm}^2$</p> <p>N.B. Avec $f_c = 500 \text{ MPa}$, $A_u = 3,18 \text{ cm}^2$</p>	<p>$\sigma_{st} = f_{su} = 347,8 \text{ MPa}$</p> <p>$\alpha_u = 0,3497$</p> <p>$y_u = 12,24 \text{ cm}$</p> <p>$z_u = 30,10 \text{ cm}$</p> <p>$A_u = 6,32 \text{ cm}^2$</p> <p>N.B. Avec $f_c = 500 \text{ MPa}$, $A_u = 5,05 \text{ cm}^2$</p>

8.2. Second procédé de calcul (méthode par tableau)

Organigramme de calcul	Exemple: poutre B.A. simplement fléchie															
<p>Données:</p> $M_u, (M_{ser})$ b, d, f_{bu}, f_{su}^* $\mu_{bu} = \frac{M_u}{b d^2 f_{bu}}$ <p>oui</p> <p>non</p> <p>Pivot A</p> <p>Pivot B</p> <p>Lire $\mu_c(\gamma, f_c)$</p> <p>oui</p> <p>non</p> <p>$\sigma_{st} = f_{su}$</p> <p>$\Delta_y \neq 0$</p> <p>Lecture du tableau de l'Annexe 4</p> <table border="1" data-bbox="103 1433 614 1556"> <tr> <td>μ_{bu}</td> <td>α_u</td> <td>β_u</td> <td>ϵ_{st}</td> <td>p_u</td> </tr> <tr> <td colspan="5"></td> </tr> </table> <p>$y_u = \alpha_u d$</p> <p>$z_u = \beta_u d$</p> <p>$A_u = p_u \cdot b d \frac{f_{bu}}{f_{su}}$</p> <p>(*) Rappels: $\gamma = M_u / M_{ser}$; $f_{bu} = 0,85 f_{c28} / \gamma_b$; $f_{su} = f_c / \gamma_s$</p>	μ_{bu}	α_u	β_u	ϵ_{st}	p_u						<p>Section rectangulaire: $b = 15 \text{ cm}$; $d = 35 \text{ cm}$ Fissuration peu préjudiciable Béton: $f_{c28} = 27 \text{ MPa}$; acier: $f_e \text{ E } 400$</p> <table border="1" data-bbox="702 414 1380 504"> <tr> <td>$M_u = 73\,660 \text{ Nm}$</td> <td>$M_u = 91\,870 \text{ Nm}$</td> </tr> <tr> <td>$M_{ser} = 51\,510 \text{ Nm}$</td> <td>$M_{ser} = 63\,360 \text{ Nm}$</td> </tr> </table> <p>$f_{bu} = 15,3 \text{ Mpa}$</p> <p>$\gamma = 1,43$</p> <p>$\mu_{bu} = 0,2620$</p> <p>$\mu_{bu} > 0,186$</p> <p>Pivot B</p> <p>$\mu_c = 0,3200$</p> <p>$\mu_{bu} < \mu_c$</p> <p>$\sigma_{st} = 347,8 \text{ MPa}$</p> <p>$\alpha_u = 0,388$</p> <p>$\beta_u = 0,845$</p> <p>$p_u = 0,310$</p> <p>$y_u = 13,58 \text{ cm}$</p> <p>$z_u = 29,57 \text{ cm}$</p> <p>$A_u = 7,16 \text{ cm}^2$</p> <p>N.B. Avec $f_c = 500 \text{ MPa}$, $A_u = 5,73 \text{ cm}^2$</p> <p>$\gamma = 1,45$</p> <p>$\mu_{bu} = 0,3268$</p> <p>$\mu_{bu} > 0,186$</p> <p>Pivot B</p> <p>$\mu_c = 0,3269$</p> <p>$\mu_{bu} \approx \mu_c$</p> <p>$\sigma_{st} = 347,8 \text{ MPa}$</p> <p>$\alpha_u = 0,514$</p> <p>$\beta_u = 0,794$</p> <p>$p_u = 0,411$</p> <p>$y_u = 18,00 \text{ cm}$</p> <p>$z_u = 27,80 \text{ cm}$</p> <p>$A_u = 9,49 \text{ cm}^2$</p> <p>N.B. Avec $f_c = 500 \text{ MPa}$, $A_u = 7,60 \text{ cm}^2$</p>		$M_u = 73\,660 \text{ Nm}$	$M_u = 91\,870 \text{ Nm}$	$M_{ser} = 51\,510 \text{ Nm}$	$M_{ser} = 63\,360 \text{ Nm}$
μ_{bu}	α_u	β_u	ϵ_{st}	p_u												
																
$M_u = 73\,660 \text{ Nm}$	$M_u = 91\,870 \text{ Nm}$															
$M_{ser} = 51\,510 \text{ Nm}$	$M_{ser} = 63\,360 \text{ Nm}$															

Remarque: la rapidité d'obtention du résultat peut être testée directement par le lecteur en utilisant l'un des deux procédés avec les exemples fournis pour l'autre et réciproquement.

8.3 Choix des armatures

Le choix de A_s (section réelle) impose de prendre en compte :

- $A_s \geq A_u$;
- $A_s \geq A_{\min} = 0,23 b d f_{tj} / f_e$ (armature minimale pour respecter la condition de non-fragilité) ;
- les dispositions constructives (enrobage, bétonnage correct, cf chap 10).

EXERCICE D'ASSIMILATION 5

Trouver les moments critiques réduits μ_c et le moment M_c correspondant.
On utilisera les tableaux des moments critiques réduits.

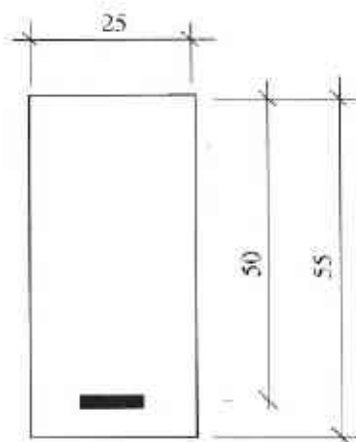
Données	Réponse		
	Acier	μ_c	M_c (MNm)
Fissuration peu préjudiciable			
$b = 20 \text{ cm} ; d = 40 \text{ cm}$	Fe E 400	0,319 4	0,173 8
$f_{c28} = 30 \text{ MPa}$	Fe E 500	0,291 4	0,158 5
$\gamma = \frac{M_u}{M_{ser}} = 1,39$	N.B. Pour toute valeur $\leq \mu_c$, la section de poutre ne nécessite pas d'armature comprimée.		

EXERCICE D'ASSIMILATION 6

Déterminer la section d'armature théorique A_u nécessaire en flexion simple, par la méthode directe.
Vérifier la condition de non-fragilité A_{\min} et choisir l'armature tendue réelle.

Données

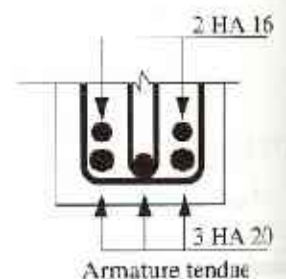
- Section : 25cm x 55 cm : $d = 50 \text{ cm}$
- Matériaux
 - béton : $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$
 - acier : HA Fe E 500
- Fissuration peu préjudiciable
- Moments de flexion
 - $M_u = 0,238 \text{ MNm}$
 - $M_{ser} = 0,170 \text{ MNm}$



Section B.A.

Réponse

- Contraintes de calcul :
 - $f_{bu} = 14,17 \text{ MPa} ; f_{su} = 434,8 \text{ MPa}$
- Moment ultime réduit :
 - $\mu_{bu} = 0,268 8 > 0,186 \rightarrow$ pivot B
 - $\mu_c = 0,276 8$ pour $\gamma = 1,4$
 - $\mu_{bu} < \mu_c \rightarrow$ calcul direct
- Position relative de la fibre neutre :
 - $\alpha_c = 1,25 \left(1 - \sqrt{1 - 2 \mu_{bu}} \right) = 0,400$
 - $\alpha_u \rightarrow \beta_u$
- Section théorique d'armature :
 - $A_u = 13,03 \text{ cm}^2$
- Condition de non-fragilité :
 - $A_{\min} = 0,23 \times 0,25 \times 50 \times \frac{2,10}{400} = 1,51 \text{ cm}^2$
- Choix de A_s :
 - 3 HA 20 + 2 HA 16
 - soit $13,44 \text{ cm}^2$

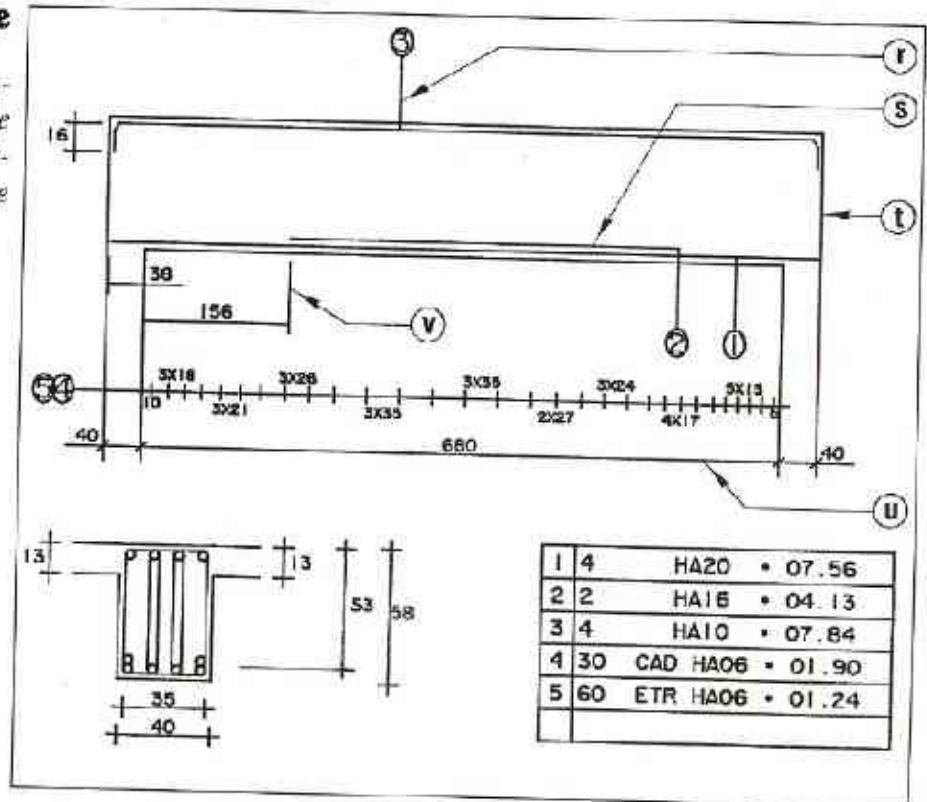


Cas 1 : poutre intérieure

Calculer l'armature tendue nécessaire dans la section médiane de la poutre intérieure représentée ci-contre. Contrôler que l'armature mise en place convient.

Données

- Moments agissants :
 - $M_u = 0,267 \text{ MNm}$
 - $M_{scr} = 0,184 \text{ MNm}$
- Section :
 - $b = 40 \text{ cm}$
 - $d = 53 \text{ cm}$
- Matériaux :
 - $f_{c28} = 20 \text{ MPa}$
 - $f_c = 400 \text{ MPa}$



Éléments de réponse

- Moment réduit :

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = 0,2097$$
- Pivot B car $\mu_{bu} > 0,186$
- Valeur du rapport M_u / M_{scr} : $\gamma = 1,4511$
- Moment critique réduit : $\mu_c = 0,2868$ (par interpolation) $> \mu_{bu}$
- Calcul de la section d'armature à l'aide des tableaux numériques :

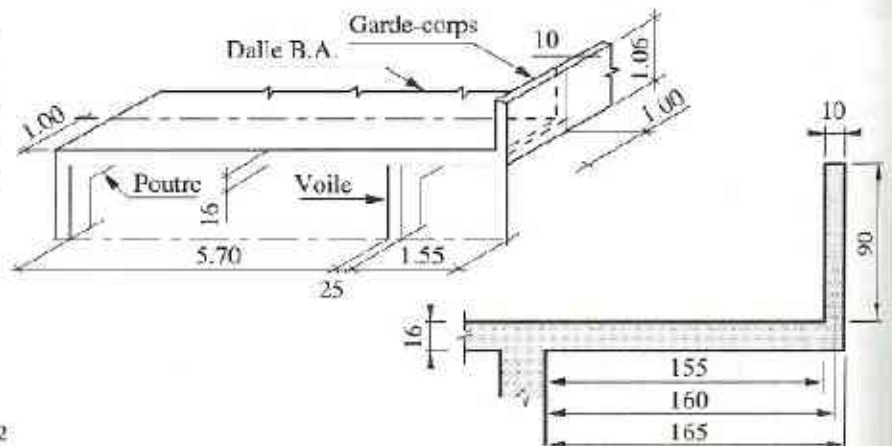
Option 1: utilisation du paramètre p_u	Option 2: utilisation du paramètre β_u
Lecture sur tableau (Annexe 3) $\mu_{bu} \rightarrow p_u = 0,238$ Section théorique :	Lecture sur tableau (Annexe 4) $\mu_{bu} \rightarrow \beta_u = 0,881$ Section théorique :
$A_u = p_u \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{bu}}{f_{su}} = 16,44 \text{ cm}^2$	$A_u = \frac{M_u}{\beta_u \cdot d \cdot f_{su}} = 16,44 \text{ cm}^2$

- Section réelle : $4 \text{ HA } 20 + 2 \text{ HA } 16 = 16,59 \text{ cm}^2$
- Contrôle de l'armature mise en place : condition $A_s \geq A_u$ vérifiée

Remarques : • Le lecteur pourra vérifier que la condition de non-fragilité est satisfaite et que les conditions d'enrobage et de bétonnage correct sont respectées (voir chap. 10, figure 2).
• La section théorique d'armature avec un acier HA Fe E 500 serait : $A_{u \text{ théor.}} = 13,15 \text{ cm}^2$.

Cas 2 : dalle épaisse en encorbellement (balcon)

Contrôler les données et les résultats du calcul par ordinateur d'une section d'armature au droit de l'appui d'une dalle de balcon située dans un hall d'exposition et représentée ci-contre.



Données

Matériaux :

$$f_{c28} = 22 \text{ MPa}$$

$$f_e = 400 \text{ MPa}$$

Charge d'exploitation : 5 000 N/m²

Réponses

- Moment dû au poids propre :

$$0,16 \times 1,00 \times 1,00 \times 25\ 000 \times \frac{1,65^2}{2}$$

$$0,10 \times 0,90 \times 1,00 \times 25\ 000 \times 1,60$$

Moment en service

$$= 5\ 445 \text{ Nm}$$

$$= 3\ 600 \text{ Nm}$$

$$9\ 045 \text{ Nm}$$

Moment ultime

$$\times 1,35 = 12\ 211 \text{ Nm}$$

- Moment dû à la charge d'exploitation :

$$5\ 000 \times \frac{1,55^2}{2}$$

$$= 6\ 006 \text{ Nm}$$

$$\times 1,50 = 9\ 009 \text{ Nm}$$

- Total des moments :

$$\text{E.L.S. : } 15\ 051 \text{ Nm ;}$$

$$\text{E.L.U.R. : } 21\ 220 \text{ Nm}$$

- Fissuration peu préjudiciable (hall couvert)
- Largeur : bande de 1,00 m
- Moment agissant : $M_u = 21\ 220 \text{ Nm}$
- Contraintes de calcul : $f_{bu} = 12,47 \text{ MPa}$; $f_{su} = 347,8 \text{ MPa}$
- Hauteur utile prise égale à 12 cm, par sécurité vis à vis de la position des aciers après coulage.
- Moment réduit : $\mu_{bu} = 0,1182 < 0,186 \rightarrow$ pivot A
- $\mu_{bu} \rightarrow \alpha_u = 0,1577$
- Section théorique $A_u = 5,43 \text{ cm}^2$ par mètre.
- Condition de non-fragilité : $A_{\min} = 1,33 \text{ cm}^2/\text{m}$
- Choix des aciers : $A_s \geq A_u$

Calcul par ordinateur (logiciel C.B.A.)

```

* ELUR * INITIATION SECT. RECTANGULAIRE *
* Section (cm)  Largeur b :? 100
                H.utile d :? 12
* Matériaux
                (MPa) Béton Fc28: ? 22
* Fissures P.N. Acier Fe :? 400
* Moment (MNm)  Mu :? 0.021220
                Msert: ? 0.015051
                Gamma= 1.41
* Détails de calcul
                Mu = .1162          Au = .1577
                Nuc = .2865          Alic = .4519
* Pivot A
                Ecbc= 1.072 %       Epst= 10 %
                Fbu = 12.47 MPa     Fsu = 347.63 MPa
                Beta= .9369         Zu = 11.24 cm
* Armature tendue As = 5.43 cm2
    
```

N.B. Aciers principaux placés à la partie supérieure de la dalle pour la zone en encorbellement.

N.B. En prenant $f_e = 500 \text{ MPa}$, $A_s = 4,34 \text{ cm}^2$.

E.L.S. : flexion simple

Section rectangulaire sans armature comprimée

Les éléments de structures B.A. soumis à un moment de flexion simple sont généralement calculés à l'état limite de service dans les cas suivants :

- fissuration préjudiciable (F.P.),
- fissuration très préjudiciable (F.T.P.)

Exemples d'ouvrages :

- poutres de rive soumises aux intempéries,
- poutres intérieures de sous-sol soumises aux condensations,
- longrines de fondations en terrain humide et parfois agressif.

But

Ce chapitre a pour but d'exposer les procédés de détermination des sections d'armatures tendues suivant les cas de fissuration (calcul direct ou utilisation de tableaux numériques).

Le principe de justification vis à vis de la durabilité de la structure conduit à s'assurer du non-dépassement des contraintes limites de calcul à l'E.L.S. :

- de compression du béton (B.A.E.L. A.4.5,2),
- de traction des aciers suivant le cas de fissuration envisagé (B.A.E.L. A.4.5,3, état limite d'ouverture des fissures) : F.P. ou F.T.P.

Remarque importante

Dans le cas de fissuration peu préjudiciable, le calcul E.L.U.R. sans armature comprimée est déterminant (voir chapitre 11).

1. Hypothèses d'études

(B.A.E.L. A.4.5,2)

- Les vérifications à effectuer portent sur :
 - l'état limite de compression du béton (A.4.5,2);
 - l'état limite d'ouverture des fissures (A.4.5,3).
- Les règles de calcul en section courante tiennent compte des hypothèses suivantes :
 - hypothèse de Navier (section plane avant et après déformation);
 - résistance du béton tendu négligée;
 - béton et acier sont considérés comme matériaux linéairement élastiques;
 - adhérence mutuelle entre béton et acier sans glissement relatif;
 - coefficient d'équivalence n pris égal à 15.

$$n = \frac{E_s \text{ (module d'élasticité de l'acier)}}{E_b \text{ (module d'élasticité du béton)}}$$

N.B. Voir également chapitre 2, paragraphe 5: « Applications aux sections courantes de béton armé ».

2. Contraintes de calcul

(à l'E.L.S.)

- Contrainte de compression du béton limitée à :

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{cj}$$

- Contrainte de traction des aciers limitée suivant les cas de fissuration :

- fissuration préjudiciable (F.P.) :

$$\bar{\sigma}_{st} = \inf \left(2/3 f_{et} ; 110 \sqrt{\eta \cdot f_{tj}} \right)$$

- fissuration très préjudiciable (F.T.P.) :

$$\bar{\sigma}_{st} = \inf \left(0,5 f_{et} ; 90 \sqrt{\eta \cdot f_{tj}} \right)$$

où η = coefficient de fissuration de l'acier utilisé
 f_{tj} = résistance caractéristique du béton à la traction.

N.B. Se reporter à l'Annexe 2: « Tableau des contraintes limites à l'E.L.S. ».

3. Combinaisons d'actions

- Les combinaisons de base pour les cas courants ont été définies au chapitre 5.
- En général, dans les travées chargées, on considère à l'E.L.S.:

$$G + Q_B$$

G : charge permanente
 Q_B : charge d'exploitation

Voir chapitre 4: «Actions permanentes et variables».

Rappel. A l'E.L.U.R. la combinaison de base pour les cas courants et pour les travées chargées est:

$$1,35 G + 1,5 Q_B$$

Elle sert au calcul du rapport des moments: $\gamma = M_u / M_{ser}$.

4. Calcul des sollicitations

- Moment à l'E.L.S.:

$$M_{ser} = M(G) + M(Q_B)$$

- Moment ultime à l'E.L.U.R.

$$M_u = 1,35 M(G) + 1,5 M(Q_B)$$

- Rapport des moments:

$$\gamma = \frac{M_u}{M_{ser}} \text{ avec } 1,35 \leq \gamma \leq 1,5$$

N.B. La valeur de γ intervient pour la détermination du moment ultime critique en service pour justifier que:

- $\sigma_{bc} \leq \overline{\sigma}_{bc}$ → contrainte de compression non dépassée
- $A'_v = 0$ → section sans armature comprimée.

5. Conditions d'équilibre d'une section rectangulaire

On considère une section courante d'une poutre soumise à un moment de flexion simple.

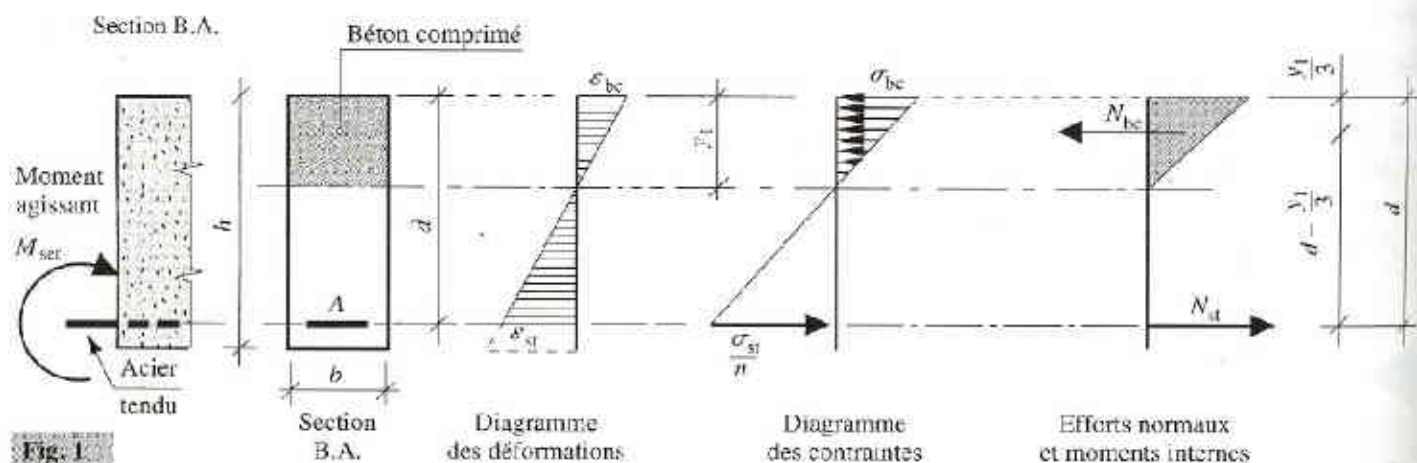


Fig. 1

Section rectangulaire B.A.: conditions d'équilibre à l'E.L.S.

5.1 Équations d'équilibre

- Équilibre des efforts normaux

$$\sum_{proj. O_x} (F_{int}) = 0, \text{ soit}$$

effort de compression du béton = effort de traction de l'acier

$$N_{bc} = N_{st}$$

$$b \cdot y_1 \cdot \frac{\sigma_{bc}}{2} = A_{ser} \cdot \sigma_{st} \quad (1)$$

- Bras de levier (symbole z_1)

$$z_1 = d - \frac{y_1}{3} \quad (2)$$

- Équilibre des moments par rapport au C.d.G. des aciers tendus

$$\vec{M}_{ser} = \sum \vec{M}/A (F_{int}), \text{ soit}$$

moment de flexion = effort de compression × bras de levier

$$M_{ser} = N_{bc} \times z_1$$

$$M_{ser} = b \cdot y_1 \cdot \frac{\sigma_{bc}}{2} \left(d - \frac{y_1}{3} \right) \quad (3)$$

- Expression de M_{ser} . Avec (1) et (2) on obtient:

$$M_{ser} = A_{ser} \cdot \sigma_{st} \cdot z_1 \quad (3')$$

- Relation dans le diagramme des contraintes de la section homogénéisée

$$\frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{st}/n} = \frac{y_1}{d - y_1}, \text{ soit}$$

$$\frac{y_1}{d} = \frac{n \cdot \sigma_{bc}}{n \cdot \sigma_{bc} + \sigma_{st}}$$

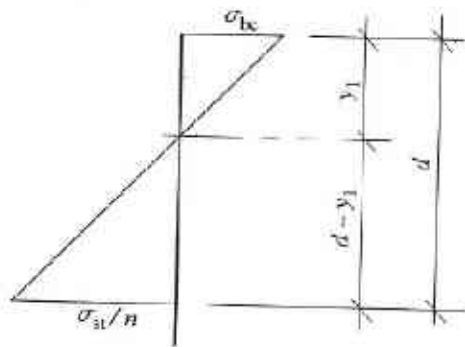


Fig. 2

Remarque

Avec l'équation (3') et $\sigma_{st} = \bar{\sigma}_{st}$, on obtient

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{z_1 \cdot \sigma_{st}} \quad (3'')$$

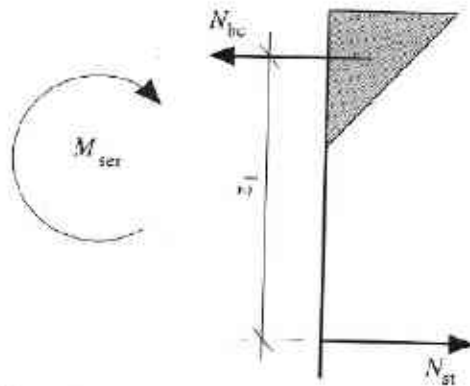


Fig. 3

Moment appliqué: $M_{ser} = N_{st} \cdot z_1$

5.2 Paramètres de calcul

- Position relative de la fibre neutre par rapport à la fibre la plus comprimée

$$\alpha_1 = y_1 / d \quad (4)$$

En posant: $\rho = \frac{A_{ser}}{b \cdot d}$ et $K = \frac{\sigma_{st}}{\sigma_{bc}}$

L'équation (1) devient:

$$\rho = \frac{\alpha_1}{2K} \quad (5)$$

- Bras de levier réduit (symbole β_1)

$$\beta_1 = 1 - \frac{\alpha_1}{3}$$

- Moment de service réduit par rapport au C.G. de l'armature

$$M_{ser} = \frac{\alpha_1 \cdot \beta_1}{2} b \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc}$$

En posant: $\mu_b = \frac{M_{ser}}{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc}}$

l'expression du moment de service réduit du bé (7) devient:

$$\mu_b = \frac{\alpha_1 \cdot \beta_1}{2}$$

- Les triangles semblables du diagramme des contraintes permettent d'écrire:

$$\frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{st}} = \frac{\alpha_1}{n(1 - \alpha_1)}$$

En utilisant (9), l'équation (7) devient:

$$M_{ser} = \frac{\alpha_1^2 \cdot \beta_1}{2n(1 - \alpha_1)} b \cdot d^2 \cdot \sigma_{st}$$

En posant:

$$\mu_s = \frac{M_{ser}}{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{st}}$$

on obtient le moment de service réduit de l'acier:

$$\mu_s = \frac{\alpha_1^2 \cdot \beta_1}{2n(1 - \alpha_1)} \quad (1)$$

Remarque

Les paramètres suivants: μ_b , μ_s , β_1 , K et ρ dépendent du paramètre α_1 .

Lorsque $\sigma_{st} = \bar{\sigma}_{st}$, on calcule μ_s par:

$$\mu_s = \frac{M_{ser}}{b \cdot d^2 \cdot \bar{\sigma}_{st}}$$

Par simple lecture de tableaux numériques, on a:

$$\mu_s \rightarrow \alpha_1 \rightarrow \beta_1 \rightarrow K \rightarrow \rho$$

La détermination de la section d'armature est immédiate:

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{\beta_1 \cdot d \cdot \bar{\sigma}_{st}} \quad \text{ou} \quad A_{ser} = \rho \cdot b \cdot d$$

D'ASSIMILATION 1

Préciser les étapes de calcul à l'E.L.S. pour déterminer la section d'armature tendue d'une section rectangulaire en utilisant les équations d'équilibre.

Données

- Section utile: $b; d$
- Contraintes de calcul maximales autorisées:
 $\sigma_{bc} = \overline{\sigma_{bc}}$ et $\sigma_{st} = \overline{\sigma_{st}}$
- Moment agissant: M_{ser}
- Cas de fissuration préjudiciable.

Remarque: dans cet exercice d'assimilation, il n'est pas tenu compte de la notion de «moment limite» explicitée dans le paragraphe 6 ci-après.

Réponse

1. Position de la fibre neutre:

$$y_1 = \frac{n \cdot \overline{\sigma_{bc}}}{n \cdot \overline{\sigma_{bc}} + \overline{\sigma_{st}}}$$

2. Bras de levier:

$$z_1 = d - y_1/3$$

3. Moment limite de service:

$$M_{lim} = b \cdot y_1 \cdot \frac{\overline{\sigma_{bc}}}{2} \cdot z_1$$

4. Contrôle:

$$M_{ser} \leq M_{lim}$$

Si non satisfait, des aciers comprimés peuvent être nécessaires.

5. Section d'armature tendue:

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{z_1 \cdot \overline{\sigma_{st}}}$$

D'ASSIMILATION 2

Préciser les étapes de calcul à l'E.L.S. pour déterminer la section d'armature tendue d'une section rectangulaire, en utilisant les paramètres de calcul.

Données

- Section utile: $b; d$
- Contraintes de calcul:
 $\sigma_{bc} \leq \overline{\sigma_{bc}}$ et $\sigma_{st} = \overline{\sigma_{st}}$
- Moment agissant: M_{ser}
- Condition de non-fragilité:

$$A_{min} \geq 0,23 \frac{f_{tj}}{f_e} \cdot b \cdot d$$

Remarque: dans cet exercice d'assimilation, il n'est pas tenu compte de la notion de «moment limite» explicitée dans le paragraphe 6 ci-après.

Réponse

1. Moment de service réduit de l'acier:

$$\mu_s = \frac{M_{ser}}{b \cdot d^2 \cdot \overline{\sigma_{st}}}$$

2. Position relative de la fibre neutre $\alpha_1 = \frac{y_1}{d}$ et

$$\text{rapport } K = \frac{\overline{\sigma_{st}}}{\overline{\sigma_{bc}}}$$

par lecture des **tableaux numériques à l'E.L.S.** en Annexe 5

$$\mu_s \rightarrow \alpha_1 \rightarrow K$$

3. Contrôle de σ_{bc} :

$$\sigma_{bc} = \frac{\overline{\sigma_{st}}}{K} \leq \overline{\sigma_{bc}}$$

Si non satisfait, des aciers comprimés sont nécessaires.

4. Bras de levier réduit: $\beta_1 = 1 - \alpha_1/3$

5. Section d'armature tendue:

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{\beta_1 \cdot d \cdot \overline{\sigma_{st}}}$$

N.B. S'assurer du respect de la condition de non-fragilité.

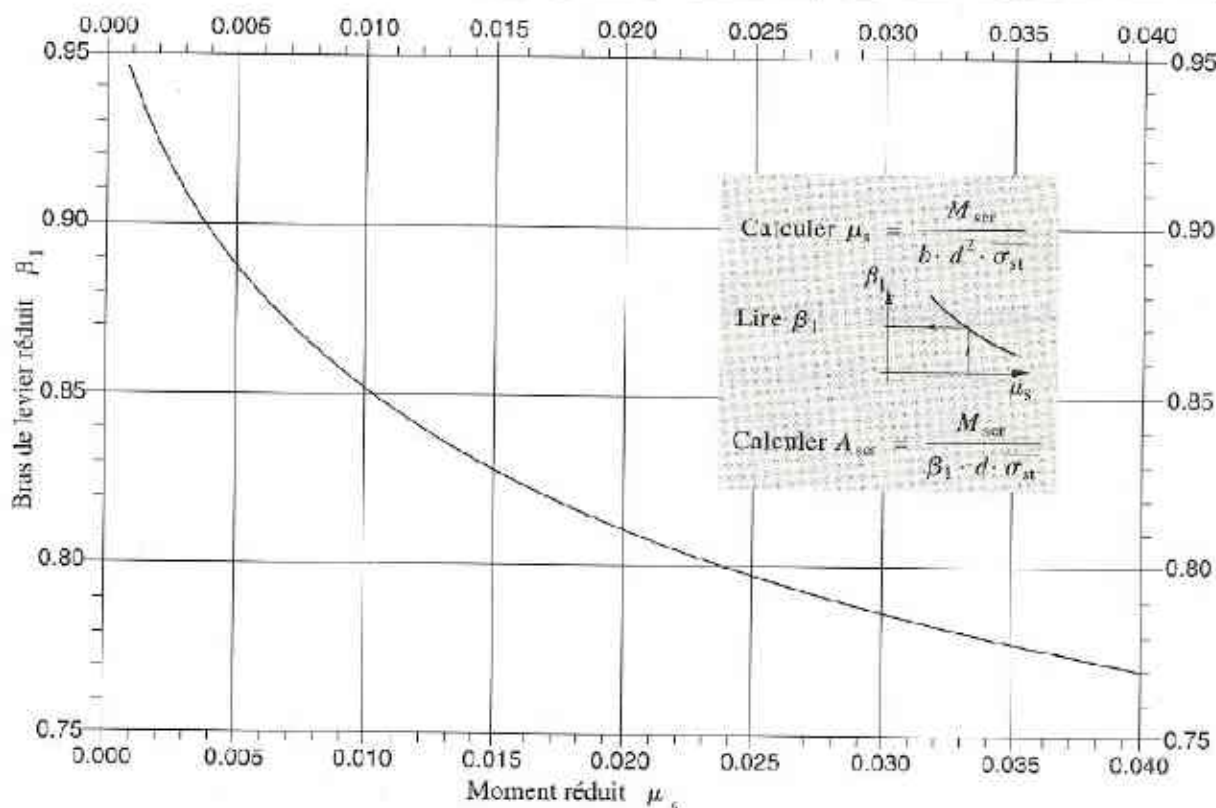
$$A_{ser} \geq A_{min}$$

EXERCICE 3 Détermination graphique

Calculer l'armature tendue pour les sections correspondantes aux données suivantes, en exploitant le graphique ci-après avec $\sigma_{st} = \overline{\sigma}_{st}$.

Section I Cas de fissuration: F.P.	Construction du graphique $\mu_s \rightarrow \beta_1$	Section II Cas de fissuration: F.T.P
$M_{ser} = 0,2784 \text{ MNm}$	$\mu_s = \frac{M_{ser}}{b \cdot d^2 \cdot \overline{\sigma}_{st}}$ (par définition)	$M_{ser} = 0,1427 \text{ MNm}$
$b = 0,20 \text{ m}$ $d = 0,60 \text{ m}$	$\mu_s = \frac{\alpha_1^2 \cdot \beta_1}{2n(1 - \alpha_1)}$ (équation 10)	$b = 0,18 \text{ m}$ $d = 0,50 \text{ m}$
$f_{c28} = 30 \text{ MPa}$ Fe E 400 HA $\mu_s = 0,0179$	α_1 est obtenu en résolvant (10) et $\beta_1 = 1 - \frac{\alpha_1}{3}$	$f_{c28} = 25 \text{ MPa}$ Fe E 500 HA $\mu_s = 0,0157$

Graphique



Réponse

Lecture du graphique Section I	Calcul direct		Lecture du graphique Section II
	Section I	Section II	
$\mu_s = 0,0179 \rightarrow \beta_1 = 0,816$ $z_1 = 0,489 \text{ m}$ $A_{ser} = \frac{M_{ser}}{z_1 \cdot \overline{\sigma}_{st}} = 26,35 \text{ cm}^2$	$\beta_1 = 0,818$ $z_1 = 0,491 \text{ m}$ $A_{ser} = 26,25 \text{ cm}^2$	Calcul à effectuer	$\mu_s = 0,0157 \rightarrow \beta_1 = 0,827$ $z_1 = 0,414 \text{ m}$ $A_{ser} = 17,06 \text{ cm}^2$

N.B. Les valeurs du moment limite de l'acier μ_s sont limitées par celles du moment réduit limite $\mu_{s,lim}$ à ne pas dépasser pour satisfaire à la fois les justifications à l'E.L.S. et à l'E.L.U.R. (Cas d'une section rectangulaire sans armature comprimée.)

6. Moment limite de service (symbole $M_{ser\ lim}$)

• Moments

- à l'E.L.S.: M_{ser}
 - à l'E.L.U.R.: M_u } rapport: $\gamma = M_u / M_{ser}$

• Contraintes limites de calcul

- à l'E.L.S. (voir Annexe 2):

$$\sigma_{bc} = 0,6 f_{c28}$$

σ_{st} est fonction de la résistance caractéristique du béton et du type d'acier.

- à l'E.L.U.R.:

$$f_{ba} = 0,85 \frac{f_{c28}}{1,5} \text{ avec } \theta = 1$$

• Le moment limite dépend de γ , f_{c28} et f_e .

Il correspond à l'atteinte en service:

- soit de la contrainte σ_{bc} sur le béton comprimé;
- soit de la section d'armature limite qui permet d'équilibrer strictement le moment ultime $M_u = \gamma \cdot M_{ser}$.

N.B. Le moment est dit « limite » car il assure le strict respect de la capacité portante à l'E.L.U.R. et / ou de la contrainte σ_{bc} à l'E.L.S.

7. Moment limite réduit de service (symbole $\mu_{s\ lim}$)

Moment limite réduit de l'acier:

$$\mu_{s\ lim} = \frac{M_{ser\ lim}}{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{st}}$$

Ses propriétés sont celles définies précédemment pour une section rectangulaire sans armature comprimée.

Les valeurs courantes des moments limites réduits font l'objet des tableaux ci-après en fonction des cas de fissuration: F.P. ou F.T.P.

Exemples de lecture des tableaux

Exemple 1	Exemple 2
Béton: $f_{c28} = 25$ MPa	Béton: $f_{c28} = 35$ MPa
Acier HA: Fe E 400	Acier HA: Fe E 500
F.P.	F.T.P.
$\gamma = 1,38$	$\gamma = 1,40$
$\mu_s = 0,0162$	$\mu_s = 0,0279$

Tableaux des moments limites réduits $\mu_{s\ lim}$ des aciers HA

Tableau 1: cas de la fissuration préjudiciable

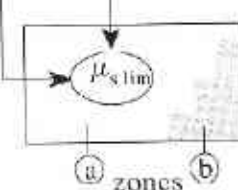
Type acier	f_c (MPa) γ	16	18	20	22	25	27	30	32	35	37	40	
		Fe E 500	1,35 < γ < 1,5	0,0106	0,0119	0,0132	0,0144	0,0162	0,0173	0,0189	0,0200	0,0215	0,0224
Fe E 400	$\eta = 1,6$	0,0106	0,0119	0,0132	0,0144	0,0162	0,0173	0,0189	0,0200	0,0215	0,0224	0,0239	
	$\gamma \leq 1,39$												0,0232
	1,40												0,0225
	1,41												0,0217
	1,42												0,0224
	1,43												0,0210
	1,44												0,0202
	1,45												0,0194
	1,46												0,0188
	1,47												0,0177
	1,48												0,0169
	1,49												0,0159
1,50	0,0150												

Lecture de $\mu_{s\ lim}$ pour Fe E 400 (F.P.)

Données: $\frac{M_u}{M_{ser}} = \gamma \cdot f_c$

Lire: $\mu_{s\ lim}$

Repérer la zone de lecture a ou b



8.2. Second procédé de calcul (méthode par tableau ou graphique)

Organigramme de calcul	Exemple: poutre BA simplement fléchi																			
<p>Données:</p> $M_{ser}, (M_u \text{ ou } \gamma)$ $b, d, \bar{\sigma}_{st}, \bar{\sigma}_{bc}^*$ $\mu_s = \frac{M_{ser}}{b d^2 \bar{\sigma}_{st}}$ <p>Lire $\mu_{s,lim}(\gamma, f_c)$</p> <p>non $\mu_s \leq \mu_{s,lim}$ oui</p> <p>non Fe E 400 $\mu_{s,lim}$ zone b oui</p> <p>Options:</p> <ol style="list-style-type: none"> $A'_s \neq 0$ Modifier <ul style="list-style-type: none"> - section - matériaux <p>Préférer Fe E 500**</p> <p>Méthode au choix</p> <p>Graphique Tableau</p> <p>lecture du tableau de l'Annexe 5</p> <table border="1" data-bbox="411 1167 730 1346"> <tr> <td>μ_s</td> <td>K</td> <td>μ_b</td> <td>α_1</td> <td>β_1</td> <td>100ρ</td> </tr> <tr> <td>•</td> <td>•</td> <td>•</td> <td>•</td> <td>•</td> <td>•</td> </tr> </table> $A_{ser} = \rho b d$ <p>β_1 vs μ_s graph</p> $z_1 = \beta_1 d$ $A_{ser} = \frac{M_{ser}}{z_1 \bar{\sigma}_{st}}$	μ_s	K	μ_b	α_1	β_1	100ρ	•	•	•	•	•	•	<p>Section rectangulaire: $b = 20 \text{ cm}; d = 45 \text{ cm}$</p> <table border="1" data-bbox="762 353 1544 495"> <tr> <td>$f_c = 27 \text{ MPa}; \text{Fe E } 500 \text{ HA}$</td> <td>$f_c = 35 \text{ MPa}; \text{Fe E } 400 \text{ HA}$</td> </tr> <tr> <td>$M_{ser} = 0,12 \text{ MNm}$</td> <td>$M_{ser} = 0,194 5 \text{ MNm}$</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$M_u = 0,299 7 \text{ MNm}$</td> </tr> </table> <p>Fissuration préjudiciable</p>		$f_c = 27 \text{ MPa}; \text{Fe E } 500 \text{ HA}$	$f_c = 35 \text{ MPa}; \text{Fe E } 400 \text{ HA}$	$M_{ser} = 0,12 \text{ MNm}$	$M_{ser} = 0,194 5 \text{ MNm}$		$M_u = 0,299 7 \text{ MNm}$
μ_s	K	μ_b	α_1	β_1	100ρ															
•	•	•	•	•	•															
$f_c = 27 \text{ MPa}; \text{Fe E } 500 \text{ HA}$	$f_c = 35 \text{ MPa}; \text{Fe E } 400 \text{ HA}$																			
$M_{ser} = 0,12 \text{ MNm}$	$M_{ser} = 0,194 5 \text{ MNm}$																			
	$M_u = 0,299 7 \text{ MNm}$																			
	<p>$\bar{\sigma}_{st} = 207,31 \text{ MPa}$</p> <p>$\mu_s = 0,014 3$</p> <p>$\mu_{s,lim} = 0,017 3$</p> <p>$\mu_s < \mu_{s,lim}$</p>	<p>$\sigma_{st} = 228,63 \text{ MPa}$</p> <p>$\mu_s = 0,021 0$</p> <p>$\mu_{s,lim} = 0,018 7 (\gamma = 1,49)$</p> <p>$\mu_s > \mu_{s,lim}$ (zone b)</p> <p>choix Fe E 500 ($\mu_s < 0,0215$)</p>																		
	<p>Méthode tableau</p> <p>$\mu_s = 0,014 3$</p> <p>$\alpha_1 = 0,505 \quad y_1 = 22,73 \text{ cm}$</p> <p>$K = 14,69 \quad \sigma_{bc} = 14,11 \text{ MPa}$</p> <p>$\rho = 1,72 \cdot 10^{-2}$</p> <p>$A_{ser} = 15,48 \text{ cm}^2$</p>	<p>Méthode tableau</p> <p>$\mu_s = 0,021 0$</p> <p>$\beta_1 = 0,808 2 \quad z_1 = 36,34 \text{ cm}$</p> <p>$K = 11,07 \quad \sigma_{bc} = 20,65 \text{ MPa}$</p> <p>$\rho = 2,598 \cdot 10^{-2}$</p> <p>$A_{ser} = 23,38 \text{ cm}^2$</p>																		
	<p>Méthode graphique</p> <p>$\beta_1 = 0,832$</p> <p>$z_1 = 37,44 \text{ cm}$</p> <p>$A_{ser} = 15,46 \text{ cm}^2$</p>	<p>Méthode graphique</p> <p>$\beta_1 = 0,809$</p> <p>$z_1 = 36,45 \text{ cm}$</p> <p>$A_{ser} = 23,34 \text{ cm}^2$</p>																		

(*) Rappels: $\gamma = M_u / M_{ser}$; σ_{st} suivant cas de fissuration (cf §3); $\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28}$

(**) Dans le cas où μ_s n'exécède pas la borne supérieure des valeurs $\mu_{s,lim}$ pour la valeur f_c considérée, la conservation possible du Fe E 400 impose la détermination de A_s à l'E.L.U.R. sous M_u . Cette solution est souvent moins intéressante qu'à l'E.L.S. avec des Fe E 500. (se reporter à l'exercice d'assimilation 4).

D'ASSIMILATION 4

Contrôler les résultats obtenus par ordinateur pour une section rectangulaire fléchie à l'E.L.S. en fissuration préjudiciable avec $\gamma = M_u / M_{ser} = 1,48$. Le choix des Fe E 500 est-il justifié?

Indications

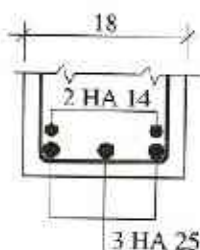
	$\mu_{s \text{ lim}}$	
	Fe E 400	Fe E 500
$f_c = 35 \text{ MPa}$ $\gamma = 1,48$	0,019 4	0,021 5

- Le calcul avec des Fe E 400 donne une armature identique à celle calculée avec des Fe E 500 car:

$$\bar{\sigma}_{st} = 229 \text{ MPa (id° Fe E 400 et Fe E 500)}$$

$$\mu_s = \frac{M_{ser}}{b \cdot d^2 \cdot \bar{\sigma}_{st}} < \mu_{s \text{ lim}}$$

- Choix: 3 HA 25 + 2 HA 14, soit $17,81 \text{ cm}^2$ (acceptable)



* ELS * INITIATION SECT. RECTANGULAIRE *

* Section (cm) Largeur b :? 18
H.utile d :? 45

* Matériaux
(MPa) Béton Fc28: ? 35
Acier Fe :? 500

* Fissuration Eta :? 1,6
(NP=0, P=1, TP=2):? 1

* Moment agiss. (MNm) Mser: ? 0,150

* Moment résist. béton M1 = .179 MNm

* Armature: -approchée A s= 13,07 cm²
-calculée A s= 17,83 cm²

Détail des calculs (A's= 0)

Mus = .018 Alpha= .547

Mub = .2236 Beta1 = .8177

K = 12,42 Rho % = 2,2013

Hauteur (cm) Contrainte (MPa) Limite

Y1 = 24,51 18,4 Béton 21

Z1 = 36,8 228,63 Acier 228,63

D'ASSIMILATION 5

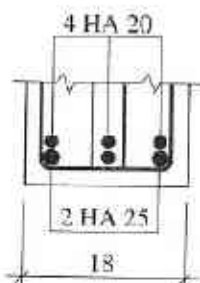
Contrôler les résultats obtenus pour les données précédentes en fissuration très préjudiciable (F.T.P.).

Indications

- En fissuration très préjudiciable les valeurs de $\mu_{s \text{ lim}}$ sont identiques pour les Fe E 400 et Fe E 500.

$$\mu_{s \text{ lim}} = 0,027 9 \text{ pour } f_{c28} = 35 \text{ MPa et } \gamma = 1,48$$

- Choix: 2 HA 25 + 4 HA 20, soit $22,39 \text{ cm}^2$



* ELS * INITIATION SECT. RECTANGULAIRE *

* Section (cm) Largeur b :? 18
H.utile d :? 45

* Matériaux
(MPa) Béton Fc28: ? 35
Acier Fe :? 500

* Fissuration Eta :? 1,6
(NP=0, P=1, TP=2):? 2

* Moment agiss. (MNm) Mser: ? 0,150

* Moment résist. béton M1 = .19 MNm

* Armature: -approchée A s= 22,53 cm²
-calculée A s= 22,13 cm²

Détail des calculs (A's= 0)

Mus = .022 Alpha= .5839

Mub = .2351 Beta1 = .8054

K = 10,69 Rho % = 2,7316

Hauteur (cm) Contrainte (MPa) Limite

Y1 = 26,28 17,5 Béton 21

Z1 = 36,24 187,06 Acier 187,06

Rappel: la section A_s approchée est obtenue avec $\sigma_{st} = \bar{\sigma}_{st}$ et $\sigma_{sc} = \bar{\sigma}_{sc}$.

Réponse

• **Matériaux**

Poids propres (cf chap. 4: «Actions permanentes et variables»)

Caractéristiques: $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$; acier Fe E 500 HA

• **Détermination des actions**

Rep.	Charge permanente	Type	Détail des actions	N/ml
5		Triangulaire	$g_5 = (2\,700 + 270) \times 2,00$ blocs ↗ ↘ enduit	5 940
4		Uniforme	$g_4 = (25\,000 \times 0,2 + 270) \times 0,2$ ↗ BA	1 054
3		Répart. part.	$g_3 = -2\,970 \times 1,45$	- 4306,5
2		Uniforme	$g_2 = 2\,970 \times 2,50$	7 425
1		Répartie	$g_1 = 25\,000 \times 0,2 \times 2,00$ m² portés ↗	10 000
0		Répartie	$g_0 = (25\,000 \times 0,2 + 270) \times 0,55$	2 898,5
Charge d'exploitation sur plancher		Répartie	$Q_B = 1\,500 \times 2,00$	3 000

• **Détermination des sollicitations $M (L/2)$.** Se reporter au formulaire.

Chargements	Total (N/m)	$M (L/2)$	$M (Nm)$
$g_4 + g_2 + g_1 + g_0$	+ 21 377,5	$gL^2/8$	+ 130 937
g_5	+ 5 940	$gL^2/12$	+ 24 255
g_3 (sur $b = 2,50 \text{ m}$)	- 4 306,5	$gb(2L - b) / 8$	- 15 476
Q_B	+ 3 000	$qL^2/8$	+ 18 375

soit: $M_g = 139\,716 \text{ Nm}$ $M_{ser} = M_g + M_q = 158\,091 \text{ Nm}$

$M_q = 18\,375 \text{ Nm}$ $M_u = 1,35 M_g + 1,5 M_q = 216\,179 \text{ Nm}$

• **Calcul de la section d'armatures longitudinales**

La façade étant exposée aux intempéries, la fissuration est préjudiciable; a priori, calcul à l'E.L.S.

• **Contraintes limites de calcul**

$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28} = 15 \text{ MPa}$; $f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj} = 2,1 \text{ MPa}$;

$\bar{\sigma}_{st} = \inf \left(2/3 f_t ; 110 \sqrt{\eta \cdot f_t} \right) = 201,63 \text{ MPa}$

• **Moment réduit (on choisit $d = 50 \text{ cm}$)**

$\mu_s = \frac{M_{ser}}{b \cdot d \cdot \bar{\sigma}_{st}} = \frac{0,158\,091}{0,2 \times 0,5^2 \times 201,63} = 0,0157$

$\gamma = \frac{M_u}{M_{ser}} = 1,367$; $\mu_{s \text{ lim}} = 0,0162$, donc $\mu_s < \mu_{s \text{ lim}}$

• Calcul par tableau E.L.S. ($\sigma_{st} = \overline{\sigma_{st}}$)

$\mu_s = 0,0157$ Lecture \rightarrow $\alpha_1 = 0,522$ $\beta_1 = 0,826$
 $K = 13,73$
 $\rho = 1,901\%$

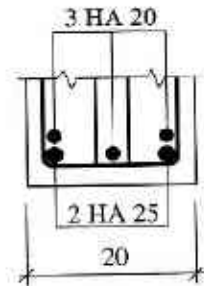
$A_{ser} = \rho \cdot b \cdot d$ (ou encore $A_{ser} = \frac{M_{ser}}{\beta_1 \cdot d \cdot \overline{\sigma_{st}}}$)

$A_{ser} = 19,01 \text{ cm}^2$

$\sigma_{bc} = \frac{\overline{\sigma_{st}}}{K} = 14,68 \text{ MPa}$

• Choix des armatures

2 HA 25 + 3 HA 20, soit $19,24 \text{ cm}^2$



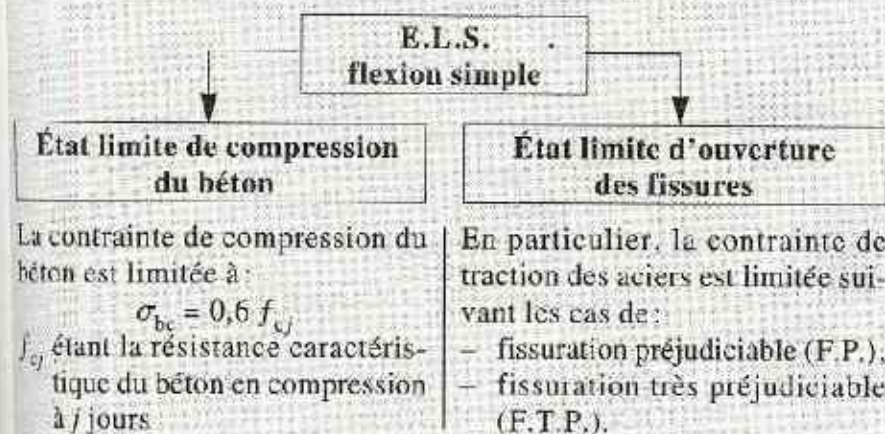
Remarque: la condition de non-fragilité est bien respectée: $A_{s \min} = 0,966 \text{ cm}^2$

13

Vérification des sections

But

Les vérifications à effectuer concernent les états limites de service vis-à-vis de la durabilité de la structure (B.A.E.L. A.4.5).

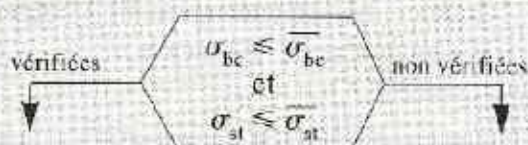


On pourra se reporter au chapitre 7: «Déformations et contraintes de calcul» et on consultera l'Annexe 2.

Démarche

Les différentes étapes de ce chapitre sont les suivantes :

1. Hypothèses de calcul fixées par le règlement (B.A.E.L. A.4.5,1).
2. Caractéristiques géométriques de la section homogénéisée (position de l'axe neutre et calcul du moment quadratique).
3. Expression de la contrainte normale en un point par les formules classiques de la résistance des matériaux dans l'hypothèse d'un comportement linéairement élastique des matériaux associés.
4. Vérifications des contraintes (justifications des sections) :



Les sections béton et acier conviennent.

soit en raison de :

- section insuffisante d'acier;
- dimensions de la section de béton non conformes (b ou h);
- choix de caractéristiques des matériaux non adaptés (f_{cj8} ou f_e).

N.B. L'état limite de déformation n'est pas envisagé dans ce chapitre (par exemple: limitation de flèche des éléments soumis à la flexion).

N.B. Dans tous les cas, le calcul à l'E.L.U.R. doit être également satisfait.

1. Hypothèses de calcul

Rappels (voir chapitre 12)

- Hypothèses de Navier
- Résistance du béton tendu négligée
- Coefficient d'équivalence pris égal à 15 ($n = E_s / E_b$)
- Béton et acier considérés comme matériaux linéairement élastiques
- Contraintes limites de calcul à l'E.L.S.: voir détails chapitre 7 (fig. 6).

Notations

- M_{ser} : moment de service
- σ_{bc} : contrainte de compression du béton
- σ_{sc} : contrainte de compression de l'acier
- σ_{st} : contrainte de traction de l'acier.

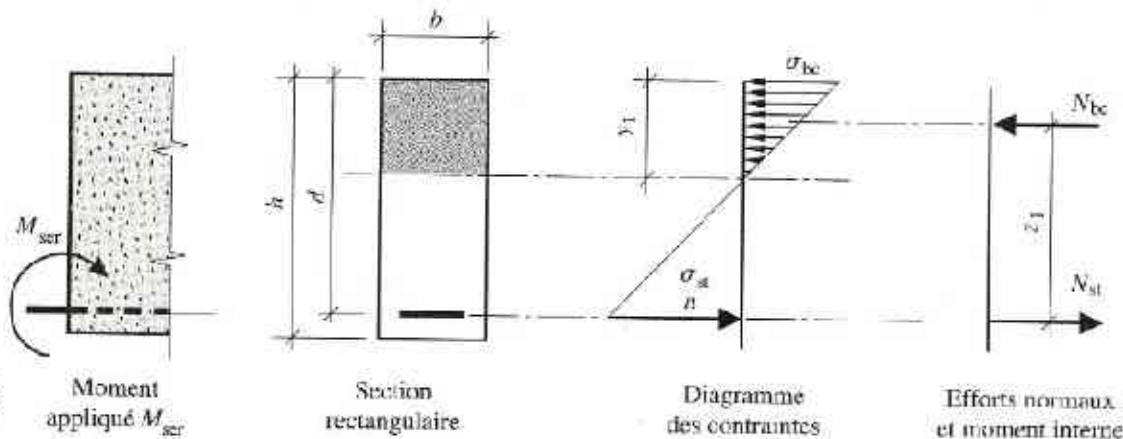


Fig. 1

Moment appliqué M_{ser}

Section rectangulaire

Diagramme des contraintes

Efforts normaux et moment interne

Combinaisons d'actions pour le calcul à l'E.L.S.

Combinaison de base (cas courants):

$$G + Q_B$$

Pour les différents cas de chargement, se reporter au chapitre 5: «Calcul des sollicitations».

2. Caractéristiques géométriques

2.1 Position de l'axe neutre d'une section rectangulaire homogénéisée

(distance y_1 par rapport à la fibre la plus comprimée)

- Équation dite du **moment statique** par rapport à la fibre neutre:

$$\frac{b \cdot y_1^3}{2} + n \cdot A'_s (y_1 - d') - n \cdot A_s (d - y_1) = 0 \quad (1)$$

La résolution de cette équation donne la valeur de y_1 (fig. 1).

Si la section n'a pas d'armature comprimée, $A'_s = 0$; l'équation (1) devient:

$$\frac{b \cdot y_1^3}{2} - n \cdot A_s (d - y_1) = 0 \quad (1')$$

2.2 Moment quadratique par rapport à l'axe neutre

(symbole I_x)

- Éléments géométriques connus: b ; d ; d' ; A'_s ; A_s
- Expression du moment quadratique:

$$I_x = \frac{b \cdot y_1^3}{3} + n \cdot A'_s (y_1 - d')^2 + n \cdot A_s (d - y_1)^2 \quad (2)$$

Si la section ne comporte pas d'armature comprimée, $A'_s = 0$; l'équation (2) devient:

$$I_x = \frac{b \cdot y_1^3}{3} + n \cdot A_s (d - y_1)^2 \quad (2')$$

N.B. Voir le chapitre 3: «Caractéristiques géométriques des sections», se reporter aux exercices du paragraphe 5: «Applications aux sections courantes en B.A.» et à la figure 6 du chapitre 7.

3. Contrainte normale au niveau d'une fibre

L'expression de la contrainte normale en un point est donnée, compte tenu des hypothèses précédentes, par la formule classique de résistance de matériaux :

$$\sigma = \frac{M}{I_x} \cdot y$$

σ (MPa) : contrainte en un point au niveau d'une fibre

M (MNm) : moment agissant dans la section

I_x (m⁴) : moment quadratique

y (m) : distance de l'axe neutre à la fibre considérée.

Dans le cas du béton armé, on considère dans la section homogénéisée :

- la fibre la plus comprimée du béton pour évaluer la contrainte σ_{bc} à une distance y_1 de l'axe neutre → équation (3) ci-après ;
- la fibre située au niveau du C.d.G. des aciers comprimés à une distance $(y_1 - d')$ pour trouver σ_{sc} → équation (4) ci-après ;
- la fibre la plus tendue de l'acier au niveau du C.d.G. de l'armature tendue à une distance $(d - y_1)$ de l'axe neutre pour trouver la contrainte σ_{st} → équation (5) ci-après.

Contraintes de compression

• Béton:
$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I_x} \cdot y_1 \quad (3)$$

• Acier:
$$\sigma_{sc} = n \cdot \frac{M_{ser}}{I_x} (y_1 - d') \quad (4)$$

Contrainte de traction de l'acier

$$\sigma_{st} = n \cdot \frac{M_{ser}}{I_x} (d - y_1) \quad (5)$$

Remarque: la contrainte de l'acier est n fois plus forte que celle du béton au niveau d'une même fibre (voir équations (4) et (5)).

N.B. Les contraintes limites de calcul du béton et de l'acier sont données dans l'Annexe 2.

4. Contrôle complémentaire des résultats

Équilibre des efforts normaux de compression et de traction

- Section sans armature comprimée:

$$\frac{b \cdot y_1}{2} \cdot \sigma_{bc} = A_s \cdot \sigma_{st}$$

- Section avec armature comprimée:

$$\frac{b \cdot y_1}{2} \cdot \sigma_{bc} + A'_s \cdot \sigma_{sc} = A_s \cdot \sigma_{st}$$

Équilibre des moments

Moment agissant = Moment interne

$$M_{ser} = \text{effort de compression} \times \text{bras de levier}$$

ou

$$M_{ser} = \text{effort de traction} \times \text{bras de levier}$$

N.B. Cela est conforme aux équations d'équilibre dans une section, chapitre 12, paragraphe 5.

D'ASSIMILATION 1

Calculer les contraintes à l'E.L.S. dans une section de poutre sans aciers comprimés.

Données

- Section: voir figure
- Matériaux
 - béton: $f_{c28} = 30$ MPa
 - acier: $f_e = 500$ MPa
- Cas de fissuration préjudiciable
- Moment de service: $M_{ser} = 0,057$ MNm
- Rapport γ : $M_u / M_{ser} = 1,40$

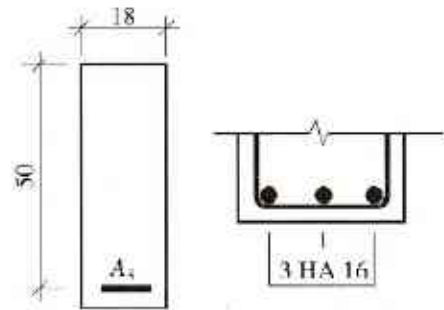


Fig. 2 Détail de l'armature tendue

Indications

Les principales étapes de calcul sont les suivantes:

1. Recherche de la position de la fibre neutre.
2. Calcul du moment quadratique.
3. Calcul des contraintes.
4. Contrôle des résultats.

Calcul des contraintes

- Équation du moment statique

$$\frac{b \cdot y_1^2}{2} - n \cdot A_s (d - y_1) = 0 \quad (1')$$

$$9 y_1^2 - 15 \times 6,03 (50 - y_1) = 0$$

$$\text{d'où } y_1 = 17,95 \text{ cm}$$

- Moment quadratique

$$I_x = \frac{b \cdot y_1^3}{3} + n \cdot A_s (d - y_1)^2 \quad (2')$$

$$I_x = \frac{18 \times 17,95^3}{3} + 15 \times 6,03 (50 - 17,95)^2$$

$$I_x = 127\,612 \text{ cm}^4$$

- Contrainte du béton comprimé

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I_x} \cdot y_1 = 8,017 \text{ MPa} \quad (3)$$

$$\sigma_{bc} < \overline{\sigma_{bc}} = 18 \text{ MPa}$$

- Contrainte de l'acier tendu

$$\sigma_{st} = n \cdot \frac{M_{ser}}{I_x} (d - y_1) = 214,74 \text{ MPa} \quad (5)$$

$$\sigma_{st} < \overline{\sigma_{st}} = 216 \text{ MPa}$$

Réponse

Contrôle des résultats

- Équilibre des efforts normaux

$$N_{bc} = 8,017 \times \frac{0,18 \times 0,1795}{2} = 0,1295 \text{ MN}$$

$$N_{st} = 214,74 \times 6,03 \times 10^{-4} = 0,1295 \text{ MN}$$

$$\text{On a bien } N_{bc} = N_{st}$$

- Équilibre des moments

$$M_{ser} = N_{bc} \times z_1$$

$$z_1 = d - \frac{y_1}{3} = 44,017 \text{ cm}$$

soit :

$$M_{ser} = 0,1295 \times 44,017 \times 10^{-2} \text{ MNm}$$

$$M_{ser} = 0,057 \text{ MNm}$$

Il y a bien égalité des moments externe et interne.

D'ASSIMILATION 2

Calculer les contraintes à l'E.L.S. dans une section de poutre sans aciers comprimés.
Contrôler la section d'acier à l'E.L.U.R.

Données

- Sections: voir figure
- Caractéristiques des matériaux
 $f_{c28} = 35 \text{ MPa}$; $\bar{\sigma}_{bc} = 21 \text{ MPa}$
 $f_e = 500 \text{ MPa}$; $\bar{\sigma}_{st} = 228,63 \text{ MPa}$
- Cas de fissuration préjudiciable
- Moment à l'E.L.S.: $0,042 \text{ MNm}$
- Moment à l'E.L.U.R.: $0,0605 \text{ MNm}$

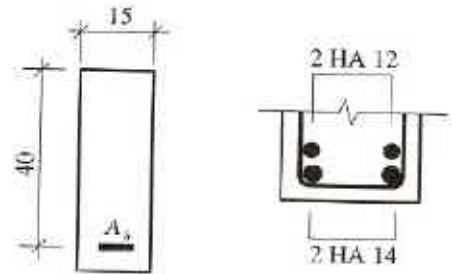


Fig. 3 Détail de l'armature tendue

Calcul des contraintes

- Position de la fibre neutre:
équation (1') $\rightarrow y_1 = 16 \text{ cm}$
- Moment quadratique:
équation (2') $\rightarrow I_x = 66\,618 \text{ cm}^4$
- Contrainte du béton:
équation (3) $\rightarrow \sigma_{bc} = 10,09 \text{ MPa}$
 $\sigma_{bc} < \bar{\sigma}_{bc} = 21 \text{ MPa}$
- Contrainte de l'acier:
équation (5) $\rightarrow \sigma_{st} = 227 \text{ MPa}$
 $\sigma_{st} < \bar{\sigma}_{st} = 228,63 \text{ MPa}$

Réponse

Contrôle E.L.U.R.

- Moment ultime réduit:
 $\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = 0,1271$ (pivot A)
- Lecture des tableaux E.L.U.R.:
 $\mu_{bu} \rightarrow \beta_u = 0,932$
ou $\beta_u = 0,5 \left(1 + \sqrt{1 - 2\mu_{bu}} \right)$
- Section théorique à l'E.L.U.R.:
 $A_u = \frac{M_u}{\beta_u \cdot d \cdot f_{su}} = 3,73 \text{ cm}^2$
- Contrôle vis-à-vis de l'E.L.U.R.:
2 HA 12 + 2 HA 14, soit $5,34 \text{ cm}^2$
 $A_s = 5,34 \text{ cm}^2 > A_u = 3,73 \text{ cm}^2$

Remarque: la condition de non-fragilité de la section est également satisfaite; $A_{\min} \geq 0,23 b \cdot d \cdot f_{ct} / f_c$

D'ASSIMILATION 3

Calculer les contraintes d'une section rectangulaire avec aciers comprimés et contrôler les résultats en utilisant les équations d'équilibre.

Données

- Cas de Fissuration très préjudiciable
- Dimensions utiles:
 $b = 25 \text{ cm}$; $d = 50 \text{ cm}$; $d' = 4 \text{ cm}$
- Caractéristiques des matériaux
béton: $f_{c28} = 27 \text{ MPa}$; $\bar{\sigma}_{bc} = 16,2 \text{ MPa}$
acier: $f_e = 500 \text{ MPa}$; $\bar{\sigma}_{st} = 170 \text{ MPa}$
- Moment de service: $0,248 \text{ MNm}$
- Section des armatures
comprimées: $A'_s = 8,04 \text{ cm}^2$
tendues: $A_s = 35,73 \text{ cm}^2$

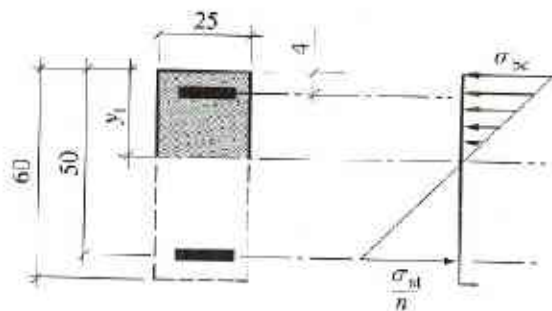


Fig. 3 Section B.A. avec aciers comprimés et diagramme des contraintes

Calcul des contraintes

- Position de la fibre neutre:
équation (1) $\rightarrow y_1$
$$25 \frac{y_1^2}{2} + 15 \times 8,04(y_1 - 4) - 15 \times 35,73(50 - y_1) = 0$$

ou : $y_1^2 + 52,524 y_1 - 2182,39 = 0$
On obtient : $y_1 = 27,33$ cm
- Moment quadratique:
équation (2) $\rightarrow I_x$
$$I_x = \frac{25 \times 27,33^3}{3} + 15 \times 8,04 (27,33 - 4)^2 + 15 \times 35,73 (50 - 27,33)^2$$

On obtient : $I_x = 511\,194$ cm⁴
- Contraintes du béton en compression:
équation (3) $\rightarrow \sigma_{bc}$
$$\sigma_{bc} = \frac{248\,000}{511\,194} \times 27,33 = 13,26$$
 MPa
 $\sigma_{bc} < \overline{\sigma_{bc}} = 16,2$ MPa
- Acier en compression:
équation (4) $\rightarrow \sigma_{sc}$
$$\sigma_{sc} = 15 \times \frac{248\,000 (27,33 - 4)}{511\,194} = 169,77$$
 MPa
 $\sigma_{sc} < \overline{\sigma_{sc}} = 0,5 f_{sc}$
- Acier en traction:
équation (5) $\rightarrow \sigma_{st}$
$$\sigma_{st} = 15 \times \frac{248\,000 (50 - 27,33)}{511\,194} = 164,97$$
 MPa
 $\sigma_{st} < \overline{\sigma_{st}} = 170$ MPa

Remarque: le contrôle à l'E.L.U.R. est inutile. Dans le cas de fissuration très préjudiciable (F.T.P.), le calcul à l'E.L.S. est toujours déterminant.

Réponse

Contrôle des résultats

- Équilibre des efforts normaux:
$$N_{bc} = \frac{b \cdot y_1}{2} \cdot \sigma_{bc} = 0,453$$
 MN
$$N_{sc} = A'_s \cdot \sigma_{sc} = 0,1365$$
 MN
$$N_{st} = A_s \cdot \sigma_{sc} = 0,5894$$
 MN
On obtient : $N_{bc} + N_{sc} - N_{st} = 0$
- Équilibre des moments
Expression du moment interne par rapport au centre de gravité des aciers tendus:
$$N_{bc} (d - y_1/3) + N_{sc} (d - d') = M_{ser}$$

On obtient :
 $0,18523$ MNm + $0,06279$ MNm = $0,248$ MNm

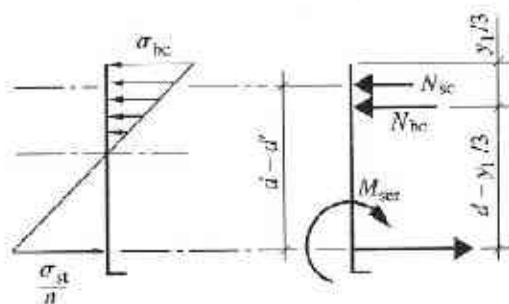


Fig. 5 Diagramme des contraintes (à gauche) Efforts normaux et moments (à droite)

D'ASSIMILATION 4

Vérifier les contraintes pour les sections en forme de T ci-après:

- cas 1: l'axe neutre est situé dans la table de compression;
- cas 2: l'axe neutre est situé dans la nervure de la poutre.

Données

Dimensions:
voir figure 6.

Cas 1

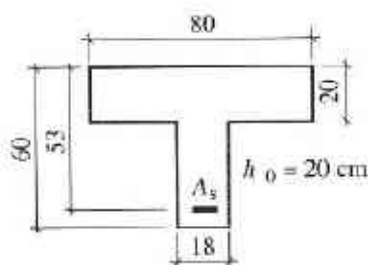


Fig. 6

Section en T
avec table épaisse

Données

Dimensions:
voir figure 7.

Cas 2

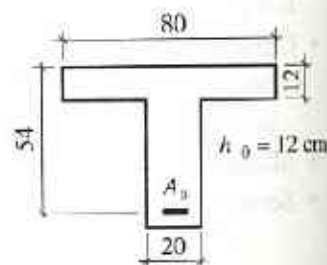


Fig. 7

Section en T
avec table peu épaisse

- Matériaux :
 $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$; $f_c = 500 \text{ MPa}$
- Cas de fissuration préjudiciable
- Moments appliqués :
 $M_{ser} = 0,165 \text{ MNm}$
 $M_u = 0,235 \text{ MNm}$
- Section des armatures tendues :
 $2 \text{ HA } 25 + 2 \text{ HA } 20 \rightarrow 16,1 \text{ cm}^2$

Éléments de réponse

1. Vérification à l'E.L.S.

- Condition pour que l'axe neutre soit situé dans la table de compression :

$$\frac{b \cdot h_0^2}{2} - n \cdot A_s (d - h_0) > 0$$

On a : $b = 80 \text{ cm}$; $h_0 = 20 \text{ cm}$; $d = 53 \text{ cm}$.

$$\text{D'où : } \frac{80 \times 20^2}{2} - 15 \times 16,1 (53 - 20) > 0$$

Cette section en T se vérifie comme une section rectangulaire.

- Position de l'axe neutre :

$$\frac{b \cdot y_1^2}{2} - n \cdot A_s (d - y_1) = 0$$

$$\rightarrow y_1 = 15,12 \text{ cm}$$

- Moment quadratique :

$$I_x = \frac{b \cdot y_1^3}{3} + n \cdot A_s (d - y_1)^2$$

$$I_x = 438\,704 \text{ cm}^4$$

- Calcul des contraintes à l'E.L.S. :

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I_x} \cdot y_1 = 5,69 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} = n \cdot \frac{M_{ser}}{I_x} (d - y_1) = 213,7 \text{ MPa}$$

- Contrôle à l'E.L.S. :

$$\sigma_{bc} < 18 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} < 216 \text{ MPa}$$

La section convient à l'E.L.S.

2. Vérification à E.L.U.R.

Il suffit de s'assurer que :

$$A_u \leq A_s \text{ avec}$$

A_u : section théorique à l'E.L.U.R.

A_s : section réelle d'acier tendu.

- Moment réduit :

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = 0,0615 \rightarrow \text{pivot A}$$

- Matériaux :
 $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$; $f_c = 500 \text{ MPa}$
- Cas de fissuration préjudiciable
- Moments appliqués :
 $M_{ser} = 0,370 \text{ MNm}$
 $M_u = 0,5254 \text{ MNm}$
- Section des aciers tendus :
 $8 \text{ HA } 25 \rightarrow 39,27 \text{ cm}^2$

Éléments de réponse

1. Vérification à l'E.L.S.

- Condition pour que l'axe neutre soit situé dans la nervure :

$$\frac{80 \times 12^2}{2} - 15 \times 39,27 (54 - 12) < 0$$

L'inégalité est vérifiée : l'axe neutre est dans la nervure.

- Équation du moment statique

On se reportera au chapitre 3 : «Caractéristiques géométriques des sections».

- Position de l'axe neutre :

$$\frac{b \cdot y_1^2}{2} - (b - b_0) (y_1 - h_0)^2 - n \cdot A_s (d - y_1) = 0$$

$$\rightarrow y_1 = 23,41 \text{ cm}$$

- Moment quadratique :

$$I_x = \frac{b \cdot y_1^3}{3} - (b - b_0) \left(\frac{y_1 - h_0}{3} \right)^3 + n \cdot A_s (d - y_1)^2$$

$$I_x = 863\,609 \text{ cm}^4$$

- Calcul des contraintes à l'E.L.S

On utilisera les équations (3) et (5) du présent chapitre et on veillera particulièrement aux unités.

- Contrôle à l'E.L.S. :

$$\sigma_{bc} = 10,03 \text{ MPa} < \overline{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} = 196,57 \text{ MPa} < \overline{\sigma}_{st} = 202 \text{ MPa}$$

La section convient à l'E.L.S.

2. Vérification à E.L.U.R.

Le diagramme rectangulaire est dans la table seule si (cf. chapitre 7, 1.2 et exercice 6).

$$0,80 y_u \leq h_0, \text{ ou } y_u \leq 1,25 h_0$$

Dans le cas où :

$$y_u > 1,25 h_0$$

le diagramme rectangulaire est à la fois dans la table et dans la nervure.

- Bras de levier réduit :

$$\beta_u = 0,5 \left(1 + \sqrt{1 - 2\mu_{bu}} \right) = 0,9682$$
- Section d'armature théorique à l'E.L.U.R.:

$$A_u = \frac{M_u}{\beta_u \cdot d \cdot f_{su}} = 10,53 \text{ cm}^2 < 16,1 \text{ cm}^2$$
- N.B. Calcul à l'E.L.S. prépondérant.
- Équilibre de la section à l'E.L.U.R.

$$\mu_{bu} \rightarrow \alpha_u = 0,0794, \quad y_u = 4,208 \text{ cm}$$

$$\beta_u = 0,9682; \quad z_u = 51,314 \text{ cm}$$
- Équilibre des efforts normaux (fig.8):

$$N_{bu} = 0,80 y_u \cdot b \cdot f_{bu} = 0,4578 \text{ MN}$$

$$N_{su} = A_u \cdot f_{su} = 0,4578 \text{ MN}$$
- Équilibre des moments:
 Moment interne = $N_{bu} \cdot z_u = 0,2349 \text{ MNm}$
 = moment externe.

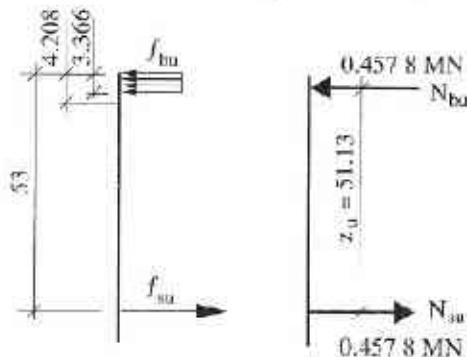


Fig. 8

Schéma de principe

L'étude de cette condition revient à calculer le moment M_{bru} équilibré par la table seule par rapport au centre de gravité des aciers tendus et à le comparer au moment appliqué M_u :

$$M_{btu} = b \cdot h_0 (d - h_0/2) f_{bu} = 0,653 \text{ MNm}$$

$$M_u = 0,5254 \text{ MNm} < M_{btu}$$

Le diagramme rectangulaire est bien dans la table seule.

- Moment réduit à l'E.L.U.R.:

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = 0,1589$$
- Lecture des tableaux E.L.U.R.:

$$\mu_{bu} \rightarrow \alpha_u = 0,218; \quad \beta_u = 0,913$$
- Position de la fibre neutre:

$$y_u = 0,218 \times 0,54 = 11,77 \text{ cm}$$
 On a bien: $y_u < 1,25 h_0$
- Section théorique à l'E.L.U.R.

$$A_u = \frac{0,5254}{0,913 \times 0,54 \times 434,8}$$

$$A_u = 24,51 \text{ cm}^2 < A_s$$

La section réelle $A_s = 39,27 \text{ cm}^2$ convient donc à l'E.L.S. et à l'E.L.U.R.

D'ASSIMILATION 5

Contrôler dans chacun des cas proposés les sections d'armatures à l'E.L.S. calculées par ordinateur (logiciel CBA). Pour la démarche, on pourra se reporter à l'exercice précédent.

* E.L.S. * SECTIONS B.A. RECTANGULAIRES *			
* Section (cm)	Largeur b :	? 20	
	H.utile d :	? 45	
* Matériaux	(MPa) Béton Fc28 :	? 22	
	Acier Fe :	? 400	
* Fissuration	Eta :	? 1,6	
	(P=1, TP=2) :	? 2	
* Calcul=1 Verif=2	Rin=3 Fin=4	Choix: ? 2	
* Moment agisst. (Mm)	Mser :	? 0,135	
* Aciers tendus (cm2)	A st :	? 24,13	
	comprimés A' st :	? 2,26	
	(cm) d' :	? 4	
* Contraintes	calcul	* limite	
(MPa)	Sbc 12,93	13,2	
	Sst 163,56	200	
* y1= 25,31 cm	Sst	151,15	157,74

* E.L.S. * SECTIONS B.A. EN TÊTE *			
* Section (cm)	Largeur b :	? 60	
	H.utile d :	? 60	
	Nervure b0 :	? 30	
	H.table h0 :	? 15	
* Matériaux	(MPa) Béton Fc28 :	? 25	
	Acier Fe :	? 500	
* Fissuration	Eta :	? 1,6	
	(P=1, TP=2) :	? 1	
* Calcul=1 Verif=2	Dhgt=3 Fin=4	choix: ? 2	
* Moment agisst. (Mm)	Mser :	? 0,75	
* Aciers tendus (cm2)	A st :	? 72,38	
	comprimés A' st :	? 0	
* Contraintes	ELS calcul	* limite	
(MPa)	Sbc 14,09	13	
y1= 30,8 cm	Sst 200,42	201,63	
* ELUR	(MPa)		
yu= 40,5 cm	Mpu=	1,1609	

14

Liaison béton - acier

L'association béton-acier résulte principalement de l'adhérence entre matériaux.

Le béton exerce aussi sur l'acier et réciproquement une force de frottement sous l'effet d'un effort de traction ou de compression.

(Coefficient de frottement de l'acier sur le béton pris égal à 0,4.)

En cumulant les forces dues à l'adhérence et au frottement, on a :

Forces de liaison = Forces d'adhérence + Forces de frottement

Les liaisons entre béton et armatures concernent :

- les ancrages rectilignes ou courbes (crochets)
exemple: extrémités des armatures tendues d'une poutre;
- les recouvrements de barres ou de treillis soudés
exemple: continuité des barres soumises à un effort de traction (poutres) ou de compression (poteau);
- l'entraînement des armatures des barres isolées ou en paquet
exemple: barres disposées en chapeaux sur une même nappe.

Les règles à respecter, toutes relatives à l'état-limite ultime, visent :

- les extrémités des barres qui doivent être ancrées avec une sécurité suffisante (A.6.1.2 pour les barres, A.6.2.1 pour les treillis soudés);
- les armatures en partie courante soumises à des contraintes dites "d'entraînement", qui doivent être limitées pour ne pas endommager le béton entourant les armatures.

1. Contrainte d'adhérence (B.A.E.L. A.6.1.1)

La liaison entre une armature et le béton est mesurée par la contrainte d'adhérence τ_s définie par la formule :

$$\tau_s = \frac{1}{u} \cdot \frac{dF}{dx} \quad (1)$$

où dF/dx : variation de l'effort axial par unité de longueur

u : périmètre utile d'une barre ou d'un paquet de barres.

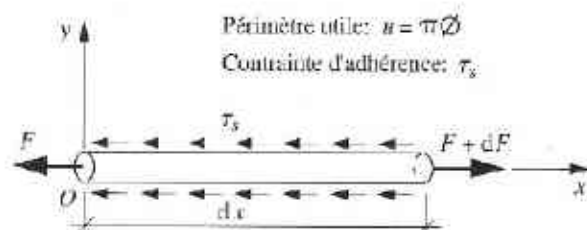


Fig. 1 Conditions d'équilibre d'un tronçon de barre de longueur dx

2. Ancrage des aciers

2.1 Valeur limite ultime de la contrainte d'adhérence (B.A.E.L. A.6.1.2)

L'efficacité d'une barre du point de vue de l'adhérence est caractérisée par son coefficient de scellement Ψ_s :

$\Psi_s = 1$ pour les ronds lisses

$\Psi_s = 1,6$ pour les aciers H.A.

La valeur ultime de la contrainte d'adhérence, symbole τ_{su} , est donné par :

$$\tau_{su} = 0,6 \Psi_s^2 \cdot f_{tj} \quad (2)$$

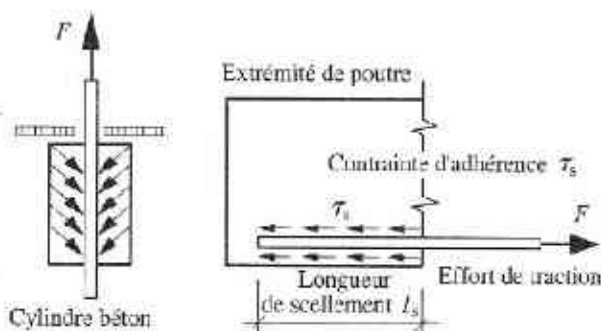


Fig. 2 Schémas de principe : à gauche, essai d'arrachement à droite, ancrage d'une barre

DISSIMILATION 1

Contrôler les valeurs de τ_{su} dans le tableau ci-contre avec $\Psi_s = 1,5$ (contraintes exprimées en MPa).

f_{c28}	18	20	22	25	27	30	32	35	37	40
f_{t28}	1,68	1,80	1,92	2,10	2,22	2,40	2,52	2,70	2,82	3,00
τ_{su}	2,27	2,43	2,59	2,83	3,00	3,24	3,40	3,64	3,81	4,05

2.2 Ancrages rectilignes (B.A.E.L. A.6.1,23)

2.2.1 Cas d'une barre isolée tendue

Longueur de scellement droit l_s :

$$l_s = \frac{\varnothing \cdot f_e}{4 \tau_{su}} \quad (3)$$

où \varnothing : diamètre de la barre

f_e : limite élastique de l'acier

τ_{su} : contrainte limite ultime d'adhérence

Exemple de calcul

$\varnothing = 16 \text{ mm}$; $f_e = 500 \text{ MPa}$; $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$

$$l_s = \frac{1,6 \times 500}{4 \times 3,24} = 61,8 \text{ cm}$$

DISSIMILATION 2

Établir la formule (3) donnant la longueur de scellement droit.

Réponse

On a l'équation d'équilibre:

force de traction (N_s) = force d'adhérence (F_{ad})

$$\text{soit } \frac{\pi \cdot \varnothing^2 \cdot f_e}{4} = \pi \cdot \varnothing \cdot \tau_{su} \cdot l_s$$

$$\text{d'où } l_s = \frac{\varnothing \cdot f_e}{4 \tau_{su}}$$

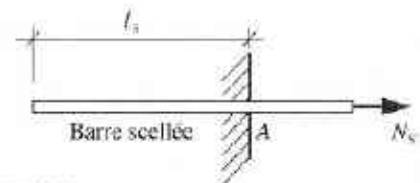


Fig. 3 Scellement droit

2.2.2 Tableau des valeurs forfaitaires de la longueur de segment droit

(à défaut de calcul de la longueur l_s par la formule (3))

Barres tendues isolées (HA) (B.A.E.L. A.6.1,22)		Treillis soudés TSL et TSHA (B.A.E.L. A.6.2)	
Types d'acier ($\Psi_s \geq 1,5$)			
$f_e = 400 \text{ MPa}$	$f_e = 500 \text{ MPa}$		
$l_s = 40 \varnothing$	$l_s = 50 \varnothing$		
<p>Exemple:</p> <p>Acier HA ; $f_e = 500 \text{ MPa}$ Diamètre de la barre : 16 mm $l_s = 50 \times 1,6 = 80 \text{ cm}$</p>		<p>Fils porteurs : 3 soudures sur chaque fil Fils transversaux : 2 soudures sur chaque fil Longueur forfaitaire id^e acier HA avec $f_e = 500 \text{ MPa}$</p>	

D'ASSIMILATION 3

Déterminer et comparer les longueurs de scellement droit à partir des deux groupes de données suivantes:

- Acier HA; $f_e = 500$ MPa
- Diamètre de la barre: 20 mm
- $f_{c28} = 25$ MPa

Données

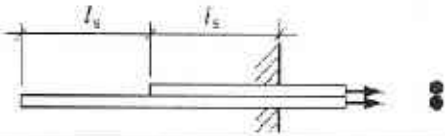
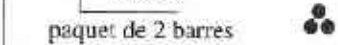
- Treillis soudés TSHA
- Panneau: TSHA 6 / 5,5 100 x 200
- $f_{c28} = 30$ MPa

Réponse

Longueur forfaitaire: $l_1 = 100$ cm
 Longueur calculée: $l_2 = 88,4$ cm
 $= 44,2 \varnothing$

Longueur forfaitaire: $l_3 = 30$ cm
 Longueur calculée: $l_4 = 23,2$ cm
 $= 38,7 \varnothing$

2.2.3 Longueur de scellement droit dans le cas de paquets

Paquet de deux barres	Paquet de trois barres
Périmètre utile d'une barre: $u_i = \pi \cdot \varnothing$	Périmètre utile d'une barre: $u_i = \frac{2}{3} \pi \cdot \varnothing$
	<p>A partir de l'ancrage, on a:</p> $1,5 l_s + l_s + l_s$ <p>paquet de 3 barres 1 barre paquet de 2 barres</p> 

2.3 Ancrage par courbure des barres tendues

2.3.1 Rayons de courbure minimaux (B.A.E.L. A.6.1,25)

Aciers en barres	Façonnage des crochets	Façonnage des cadres, étriers, épingles
Ronds lisses	$r \geq 3 \varnothing$	$r \geq 2 \varnothing$
Aciers HA	$r \geq 5,5 \varnothing$	$r \geq 2 \varnothing$ en général

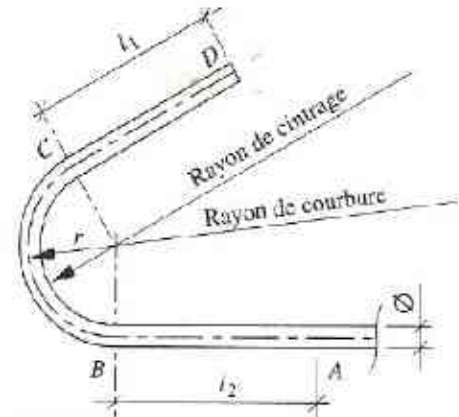
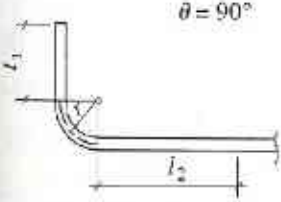
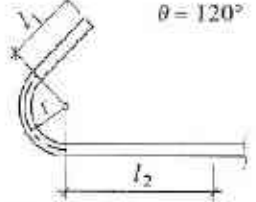
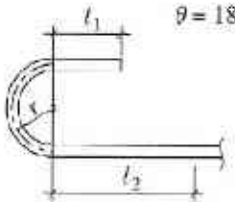
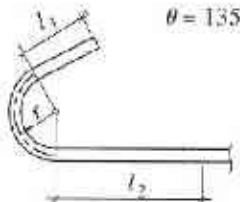


Fig. 4 Rayon de courbure

2.3.2 Caractéristiques des crochets courants

Types de crochets façonnés			
 <p>$\theta = 90^\circ$</p>	 <p>$\theta = 120^\circ$</p>	 <p>$\theta = 180^\circ$</p>	 <p>$\theta = 135^\circ$</p>
Longueur équivalente l_s de scellement droit			
<p>Angle de 90°</p> $l_s = 1,87 l_1 + l_2 + 2,19 r$ Crochet à retour d'équerre	<p>Angle de 120°</p> $l_s = 2,31 l_1 + l_2 + 3,28 r$ Très utilisé pour poutres	<p>Angle de 180°</p> $l_s = 3,51 l_1 + l_2 + 6,28 r$	<p>Angle de 135°</p> $l_s = 2,57 l_1 + l_2 + 3,92 r$

D'ASSIMILATION 4

Déterminer la longueur équivalente de scellement droit pour une barre tendue d'une poutre intérieure prenant appui sur un poteau de rive.

Données

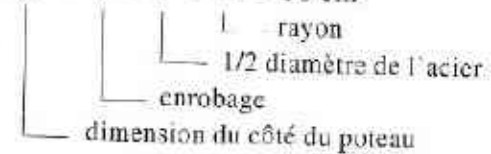
- Acier HA 20; $f_e = 500$ MPa
- enrobage mini: 3 cm
- crochet à 120°
- longueur $l_1 = 8 \varnothing$
- Section du poteau: 25 cm x 25 cm

Réponse

- Rayon de courbure: $5,5 \varnothing = 11$ cm

- Longueur l_2 :

$$25 - 3 - 1 - 11 = 10 \text{ cm}$$



- Longueur équivalente l_s :

$$l_s = 2,31 \times 16 + 10 + 3,28 \times 11 \text{ cm}$$

$$l_s = 83,04 \text{ cm}$$

D'ASSIMILATION 5

Calculer la longueur l_1 nécessaire pour assurer l'ancrage total d'une barre HA 16 d'une poutre reposant à chaque extrémité sur un voile B.A.

Données

- $f_{s28} = 30$ MPa; $f_e = 500$ MPa
- $\Psi_s = 1,5$; enrobage mini = 2,5 cm
- Crochet à 135°
- Épaisseur du voile: 18 cm

Réponse

$$l_s = \frac{\varnothing \cdot f_e}{4 \tau_{su}} = 61,73 \text{ cm} = 62 \text{ cm}$$

- Rayon de courbure: 8,8 cm

$$l_2 = 18 - [2,5 + 0,8 + 8,8] = 5,9 \text{ cm}$$

$$l_s = 2,57 l_1 + l_2 + 3,92 r$$

$$\rightarrow l_1 = \frac{62 - 5,9 - 3,92 \times 8,8}{2,57} \text{ cm}$$

$$l_1 = 8,4 \text{ cm, soit } 5,25 \varnothing.$$

2.4 Ancrages des cadres, étriers, épingles (B.A.E.L. A.6.1,255)

On admet que les ancrages des extrémités sont assurés par courbure suivant le rayon minimal, si les parties courbes sont prolongées par des parties rectilignes de longueurs égales à:

- cinq diamètres pour un arc de 180° ;
- dix diamètres pour un arc de 135° ;
- quinze diamètres pour un arc de 90° .

Condition: l'inclinaison β des plans des ancrages doit être inférieure à $\pi/8$ (voir bas de la figure 5).

Rayons de courbure minimaux: voir le paragraphe 2.3.1 et les fiches d'identification de l'acier utilisé.

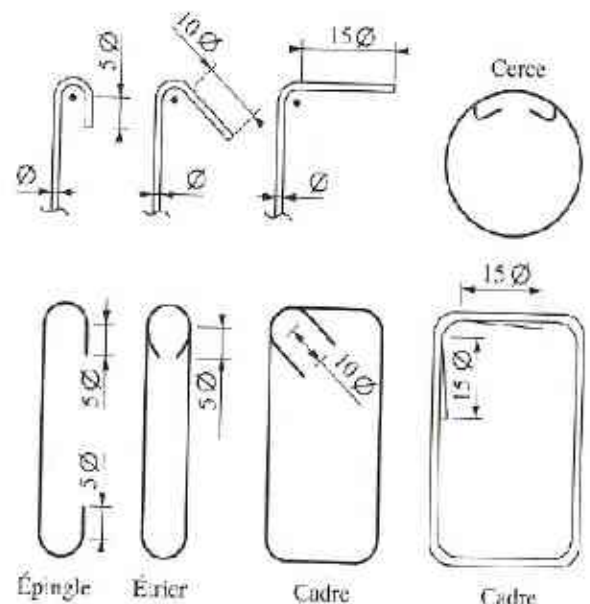
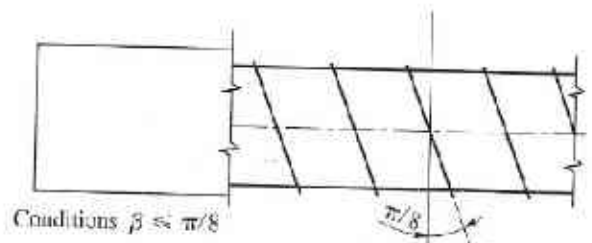


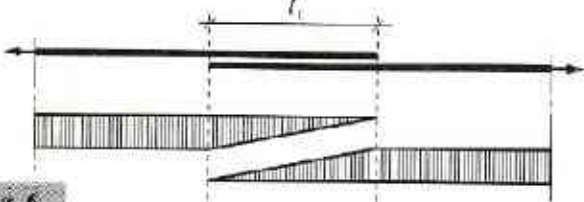
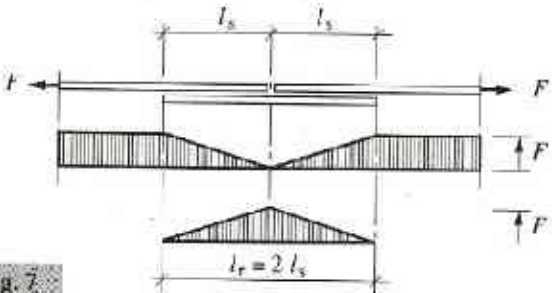
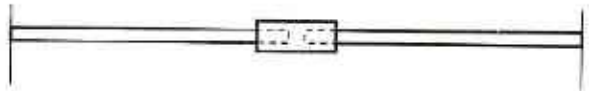
Fig. 5

Ancrage des cadres, étriers, épingles



2.5 Jonctions par recouvrement (B.A.E.L. A.6.1.2)

2.5.1 Barres rectilignes sans crochet

Barres tendues	Barres comprimées
<ul style="list-style-type: none"> • Continuité par simple recouvrement  <p>Fig. 6</p> <p>Fe E 400 : $l_r = 40 \varnothing$ Fe E 500 : $l_r = 50 \varnothing$ • Continuité par couvre-joint  <p>Fig. 7</p> </p>	<ul style="list-style-type: none"> • La longueur de recouvrement peut être prise égale à : $l_r = 0,6 l_s$ Les valeurs forfaitaires deviennent alors pour les aciers à haute adhérence ($\psi_s = 1,5$) : Fe E 400 : $l_r = 24 \varnothing$ Fe E 500 : $l_r = 30 \varnothing$ • Les jonctions peuvent se faire par aboutement de barres au contact en utilisant des «manchons».  <p>Fig. 8. Cas d'armatures de poteaux superposés</p>

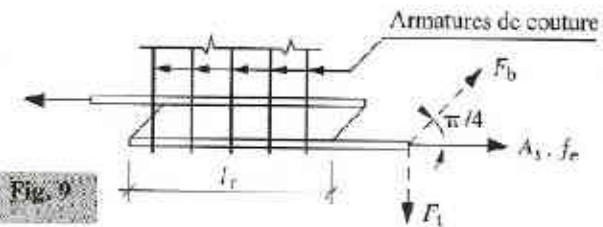
• Coutures des jonctions

Dans le cas général, on trouve :

- des barres arrêtées,
- des barres continues.

Les armatures de coutures (cadres, étriers) doivent avoir une résistance au moins égale à celle des barres arrêtées (voir exercice 6).

Relation à respecter : $\sum A_t \cdot f_{ct} \leq \sum A_s \cdot f_c$



L'effort de traction F admet pour composantes :

- F_b inclinée de $\pi/4$ sur l'axe de la barre ;
- F_t de direction verticale.

2.5.2 Barres rectilignes avec crochets normaux

• Ronds lisses

Longueur de recouvrement : $l_r = 0,6 l_s$

Valeur forfaitaire de l_s : $l_s = 50 \varnothing$

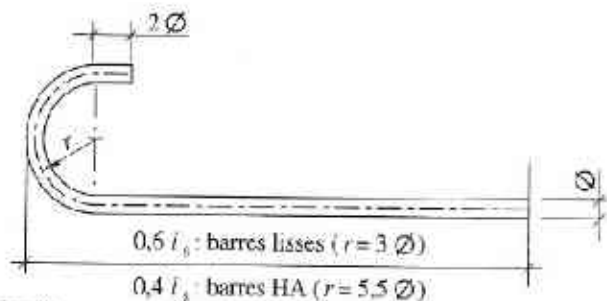
• Acier HA Fe E 400 ou 500

Longueur de recouvrement : $l_r = 0,4 l_s$

Valeur forfaitaire de l_s :

$l_s = 40 \varnothing$ pour acier Fe E 400

$l_s = 50 \varnothing$ pour acier Fe E 500



Façonnage du crochet «normal»

Remarques:

1. On prend (fig. 11):

$$\left. \begin{array}{l} 0,6 l_s + c \\ \text{ou } 0,4 l_s + c \end{array} \right\} \text{ si } c > 5 \varnothing$$

2. Le respect des prescriptions concernant le crochet normal dispense de vérifier la condition de non-écrasement du béton.

3. Les coutures disposées le long du recouvrement doivent avoir une section au moins égale à la moitié de celle nécessaire pour un scellement droit.

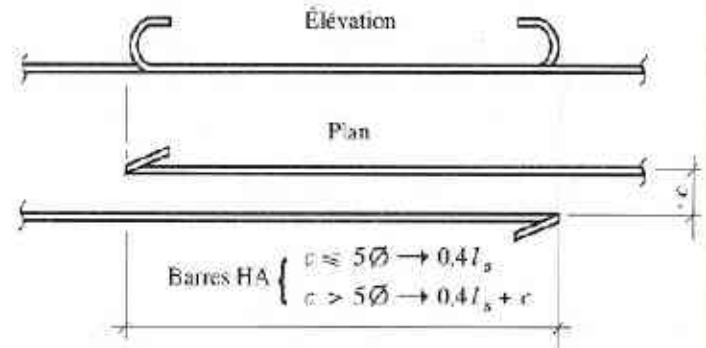


Fig. 11 Recouvrement avec crochets normaux

EXERCICE 6

Pour assurer la continuité des barres dans une poutre, il est prévu une jonction par simple recouvrement. Déterminer:

- la longueur de recouvrement;
- la section et la disposition des aciers de coutures.

Données

- Nappe inférieure constituée de 4HA16 (Fe E 500); $A_s = 8,04 \text{ cm}^2$
- Diamètre des cadres prévus: 6 mm (Fe E 400)
- Recouvrement sans crochet de 2 barres

Réponse

- Longueur $l_s = 50 \varnothing = 80 \text{ cm}$
- Nombre de cadres à répartir sur la longueur l_s

Condition:

$$\sum A_i \cdot f_{ct} \leq \sum A_j \cdot f_c$$

$$A_c = N \text{ cadres} \times n \text{ brins} \times \frac{\pi \varnothing^2}{4}$$

Section A_{s1} à prendre: $4,02 \text{ cm}^2$

$$N = \frac{4,02 \times 500}{2 \times 0,28 \times 400} \rightarrow 9 \text{ cadres}$$

2.5.3 Treillis soudés (B.A.E.L. A.6.2)

Les valeurs forfaitaires des recouvrements sont identiques à celles des ancrages de treillis soudés lisses (TSL) et à haute adhérence (TSHA); se reporter au paragraphe 2.2.2.

Les recommandations de mise en œuvre sont indiquées sur les figures 12 et 13.

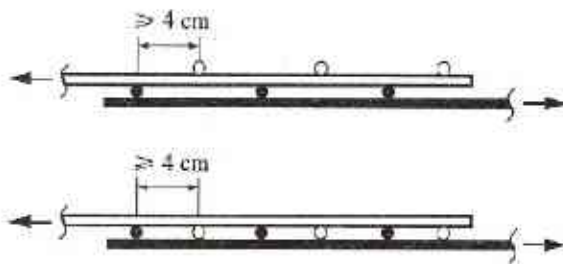


Fig. 12 Recouvrement des fils porteurs

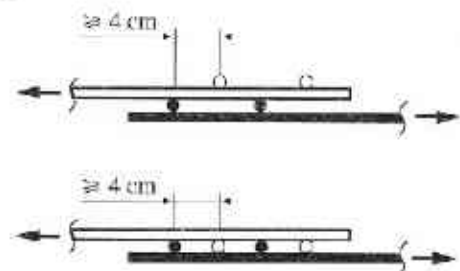


Fig. 13 Recouvrement des fils de répartition

3. Entraînement des barres isolées ou en paquet (B.A.E.L. A.6.1.3)

Dans un élément fléchi, l'effort de traction des armatures tendues varie entre deux sections voisines, distantes de dx (fig. 14).

Il en résulte une contrainte d'adhérence τ_{sc} pour satisfaire la condition d'équilibre sur le tronçon de barre considéré.

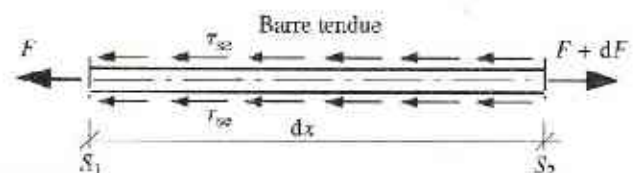


Fig. 14 Schéma de principe

3.1 Cas d'une seule nappe

Conditions particulières:

- barres de même diamètre;
- barres isolées ou en paquets.

La contrainte d'adhérence par entraînement des armatures se détermine par:

$$\tau_{se} = \frac{V_u}{0,9 d \cdot \sum u}$$

- où V_u : effort tranchant à l'état ultime
 d : hauteur utile de la poutre
 $\sum u$: somme des périmètres utiles des barres ou des paquets (voir tableau ci-après).

N.B. $0,9 d$ est la valeur forfaitaire du bras de levier de la poutre.

3.2 Cas de plusieurs nappes

(i -ème nappe)

Dans une poutre fléchie de section constante, la contrainte τ_{se} qui s'exerce soit:

- sur une barre ou des barres isolées,
 - sur un paquet (2 ou 3 barres),
- est prise égale à l'expression:

$$\tau_{se} = \frac{V_u}{0,9 d \cdot u_i} \cdot \frac{A_{si}}{A_s}$$

où A_{si} : section de la barre ou du paquet considéré (i -ème nappe)

A_s : section totale des armatures tendues

u_i : périmètre utile minimal circonscrit à la section droite du paquet (voir tableau ci-après).

Tableau des périmètres utiles

1. Barre isolée	: $\pi \varnothing$	<p>(1) Barre isolée (2) Paquets (3)</p>
2. Paquet de deux barres	: $(\pi + 2) \varnothing$	
3. Paquet de trois barres	: $(\pi + 3) \varnothing$	

3.3 Valeur limite ultime de la contrainte d'adhérence (symbole $\tau_{se,u}$)

La contrainte d'adhérence τ_{se} doit être inférieure à:

$$\tau_{se,u} = \Psi_s \cdot f_{tj}$$

N.B. Dans le cas des dalles, voir B.A.E.L. A.6.1.3.

Valeurs de $\tau_{se,u}$ en MPa ($\Psi_s = 1,5$)

f_{c28}	20	25	30	35	40
$\tau_{se,u}$	2,70	3,15	3,60	4,05	4,50

3.4 Entraînement des treillis soudés formés de fils ou barres HA

On adopte la même justification qu'au paragraphe 3.2 compte tenu de la valeur de Ψ_s figurant dans la fiche d'identification du produit.

N.B. Voir B.A.E.L. A.6.2.3 et Annexe 2 pour les valeurs de Ψ_s .

D'ASSIMILATION 7

Choisir les armatures en chapeaux d'une poutre continue et contrôler la contrainte d'adhérence par entraînement.

Données

- Acier: Fe E 500
- Béton: $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$
- Calcul en flexion simple
 - section théorique: $A_s = 4 \text{ cm}^2$
 - effort tranchant: $V_u = 0,115 \text{ MN}$
 - hauteur utile: $d = 40 \text{ cm}$

Réponse

- Choix de 2 HA 16 $\rightarrow 4,02 \text{ cm}^2$

Calcul de la contrainte d'adhérence:

$$\tau_{se} = \frac{0,115}{0,9 \times 0,40 \times 0,100} = 3,19 \text{ MPa}$$

$$\tau_{se} > \tau_{se,u} = 3,15 \text{ MPa}$$

- Choix de 3 HA 14 $\rightarrow 4,62 \text{ cm}^2$

$$\tau_{se} = \frac{0,115}{0,9 \times 0,40 \times 0,132} = 2,42 \text{ MPa}$$

Ce dernier choix convient pour le diamètre et la section des chapeaux.

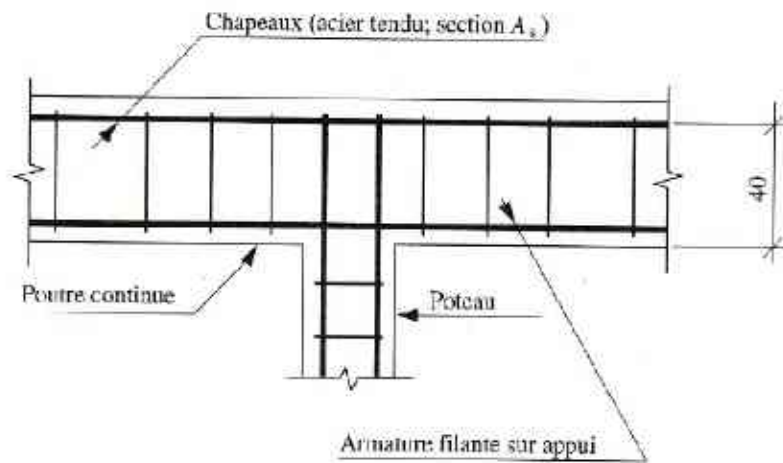


Fig. 15 Poutre continue

15

Effort tranchant: justifications et dispositions constructives

Il s'agit des justifications à effectuer pour les poutres et dalles sous sollicitation d'effort tranchant, qui concernent:

1. la contrainte tangente ultime de cisaillement du béton;
2. les armatures transversales de l'âme (ex: cadres, étriers);
3. les zones d'appui des poutres:
 - appui simple d'about,
 - appui intermédiaire.

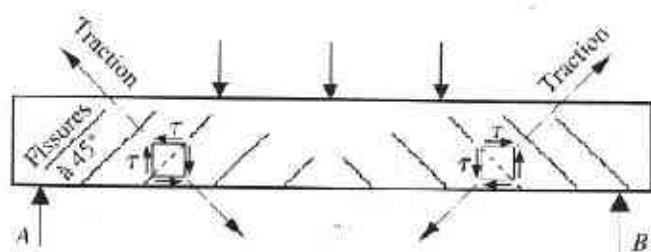
La sollicitation d'effort tranchant V_u est toujours déterminée à l'état limite ultime (E.L.U.).

La combinaison de base dans les cas courants pour calculer V_u est:

$$1,35 G + 1,5 Q$$

Remarques

- On se reportera également au B.A.E.L. A.3.3,2 pour l'expression des combinaisons les plus défavorables, fondamentales ou accidentelles.
- Les diverses justifications accompagnées d'exemples se réfèrent au chapitre 2 "Formulaires des poutres" pour:
 - les notations et conventions;
 - les notions de calcul d'effort tranchant et de moment de flexion (cf. exercices).



τ : contrainte tangente ultime de cisaillement

Fig. 1 Visualisation des effets produits par l'effort tranchant dans une poutre fléchie en béton armé

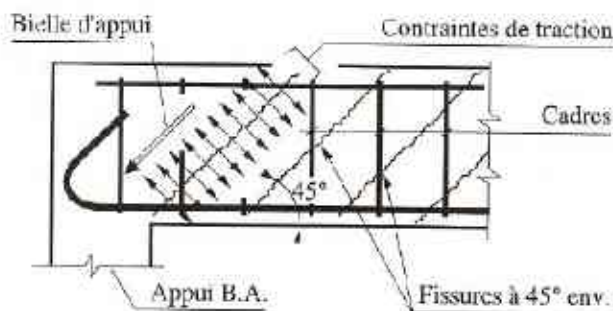


Fig. 2 Schéma de principe

1. Contrainte tangente conventionnelle

Justifications de l'âme d'une poutre

(B.A.E.L. A.5.1)

Unités

- V_u : MN
- b_0 : m
- d : m
- τ_u : MPa

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 \cdot d}$$

(1)

Notations

- V_u : valeur de l'effort tranchant dans la section considérée
- b_0 : largeur de l'âme
- d : hauteur utile,
- τ_u : contrainte tangente conventionnelle

D'APPLICATION 1

Calcul de la contrainte tangente conventionnelle.

Données

- Poutre de section rectangulaire: 20 cm × 45 cm; $d = 41$ cm
- Portée: 5,80 m
- Appuis simples en A et B
- Charges uniformément réparties:
 - permanentes y compris poids propre: $g = 18\,500$ N/m
 - d'exploitation: $q = 4\,600$ N/m.

Calcul

- Effort tranchant à l'appui A (ou B):
 $V_A = (1,35 G + 1,5 Q) L/2$
 $V_A = 92\,438$ N
- Contrainte tangente conventionnelle:

$$\tau_u = \frac{0,092\,438 \text{ MN}}{0,20 \text{ m} \times 0,41 \text{ m}} = 1,127 \text{ MPa}$$

2. Contrainte tangente limite ultime

État limite ultime du béton de l'âme d'une section courante (B.A.E.L., A.5.1)

La détermination de la contrainte tangente limite ultime $\bar{\tau}_u$ dépend des cas rencontrés.

- Cas des armatures transversales droites ($\alpha = \pi/2$, fig. 3)

Fissuration peu préjudiciable →

$$\bar{\tau}_u = \min(0,20f_{ct} / \gamma_b ; 5\text{MPa}) \quad (2)$$

Fissuration préjudiciable
ou très préjudiciable } →

$$\bar{\tau}_u = \min(0,15f_{ct} / \gamma_b ; 4\text{MPa}) \quad (3)$$

- Cas des armatures transversales inclinées à 45° →

$$\bar{\tau}_u = \min(0,27f_{ct} / \gamma_b ; 7\text{MPa}) \quad (4)$$

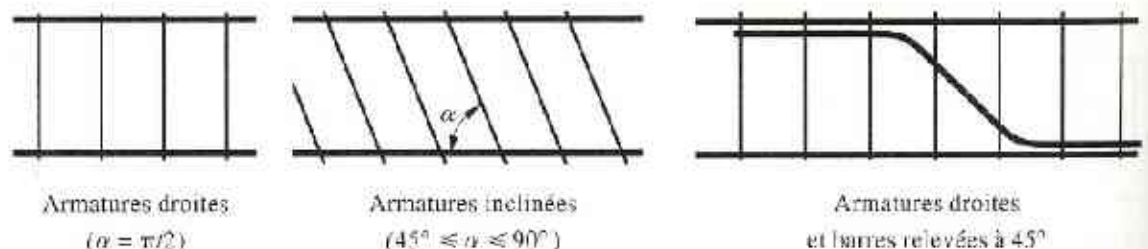


Fig. 3

Diverses dispositions des armatures transversales

Armatures droites
($\alpha = \pi/2$)

Armatures inclinées
($45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$)

Armatures droites
et barres relevées à 45°

D'APPLICATION 2

Calcul de la contrainte tangente limite ultime.

f_{c28} (MPa)	Cas de fissuration	Valeur de $\bar{\tau}_u$
25	Peu préjudiciable	$0,20 \times \frac{25}{1,5} = 3,33$ MPa
20	Préjudiciable	$0,15 \times \frac{20}{1,5} = 2$ MPa
40	Peu préjudiciable	$\tau_u \leq \min(5,33; 5) = 5$ MPa
42	Très préjudiciable	$\tau_u \leq \min(4,2; 4) = 4$ MPa

3. Armatures transversales d'une poutre

3.1 Détermination des armatures d'âme (B.A.E.L. A.5.1, 232)

Notations

A_t : section d'un cours d'armatures transversales
 s_t : espacement entre deux cours successifs de cadres ou d'étriers

f_{tj} : contrainte caractéristique de traction du béton à j jours, plafonnée à 3,3 MPa

Coefficient k :

- | | | | |
|---------|----|---|--|
| $k = 0$ | si | { | reprise de bétonnage |
| | | | fissuration très préjudiciable |
| $k = 1$ | si | { | cas de flexion simple, sans reprise de bétonnage ou reprise avec indentation ≥ 5 mm |

Condition

$$\frac{A_t}{b_0 \cdot s_t} \geq \frac{\gamma_s (\tau_u - 0,3 f_{tj} \cdot k)}{0,9 f_c (\cos \alpha + \sin \alpha)} \quad (5)$$

Espacements des armatures transversales dans les cas courants

Avec $\alpha = \pi/2$ (armatures droites)

$k = 1$

A_t fixé (section des cadres, étriers):

$$s_t \leq \frac{0,9 A_t \cdot f_c}{\gamma_s \cdot b_0 (\tau_u - 0,3 f_{tj})} \quad (6)$$

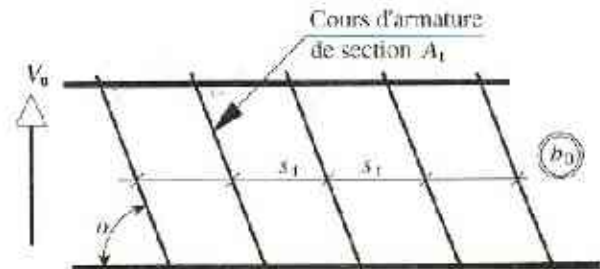
Fig. 4

Armatures d'âme de poutre

α : angle d'inclinaison des cadres

V_u : effort tranchant à l'état ultime

b_0 : épaisseur de l'âme



3.2 Règle de Caquot pour la détermination pratique des espacements

Conditions d'application

- Charges uniformément réparties
- Section constante de poutre
- Cas de flexion simple et $k = 1$.

Démarche à suivre

- 1° Calcul de l'espacement s_t à l'appui : A_t étant fixé, on utilise la formule (6) ci-dessus.
- 2° Position du premier cours à une distance $s_t/2$ de l'appui.
- 3° Espacements suivants en prenant la suite des valeurs en cm :

7, 8, 9, 10, 11, 13, 16, 20, 25, 35, 40

Chaque valeur d'espacement est répétée autant de fois qu'il y a de mètres dans la demi-portée.

Application

Poutre de 6,20 m de portée et $s_t = 12,4$ cm à l'appui.

Espacements suivant Caquot :

- Premier cours à $s_t/2 \rightarrow 6$ cm
- Nombre entier de mètres dans la demi-portée égal à trois.
- Choix des espacements :
 - 6 cm
 - 11 cm \times 3 cours
 - 13 cm \times 3 cours
 - 16 cm \times 3 cours
 - 20 cm \times 3 cours
 - 25 cm \times 3 cours

Remarque: lire ci-après (§ 4) les dispositions constructives minimales pour les valeurs de s_t .

D'APPLICATION 3

Calcul de l'espacement initial près de l'appui pour la poutre de l'exemple 1.

Données complémentaires

Armatures droites ($\alpha = 90^\circ$)
 Cadres simples, diamètre 6 mm, acier Fe E 215
 Béton: $f_{c28} = 30$ MPa
 Pas de reprise de bétonnage
 Fissuration peu préjudiciable

Indications

- Contrainte tangente limite ultime:
 $\overline{\tau}_u = 4$ MPa
- Contrainte caractéristique de traction du béton autorisée:
 $f_{t28} = 2,4$ MPa < $\overline{f}_{t28} = 3,3$ MPa
- Section A_t : 2 brins $\varnothing 6$ mm
- Premier cours placé à $s_t/2$ du nu de l'appui.

Calcul

- Utilisation de la formule (6):

$$s_t \leq \frac{0,9 \times 0,57 \times 10^{-4} \times 215}{1,15 \times 0,20 (1,127 - 0,3 \times 2,4)} \text{ cm}$$

$s_t \leq 11,78$ cm ; on prend $s_t = 11$ cm.

Position du premier cours placé à 6 cm du nu de l'appui.

Remarque: par le procédé de Caquot, applicable dans ce cas, on déduit les espacements suivants:

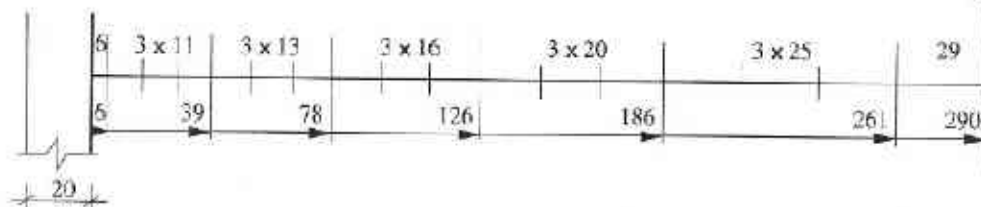


Fig. 5

4. Dispositions constructives minimales

Espacements des cours de cadres ou d'étriers (B.A.E.L. A.5.2)

Unités: s_t et b_0 en cm; A_t en cm^2 ; f_c en MPa.

$$s_t \leq \min(0,9 d; 40 \text{ cm}) \quad (7)$$

$$s_t \leq \frac{A_t \cdot f_c}{0,4 b_0} \quad (8)$$

Diamètre des armatures d'âme, symbole: \varnothing_t

(B.A.E.L. A.7.2, 2)

\varnothing_t : diamètre des barres longitudinales

$$\varnothing_t \leq \min\left(\frac{h}{35}; \frac{b_0}{10}; \varnothing_1\right) \quad (9)$$

D'APPLICATION 4

Contrôles des dispositions constructives de la poutre étudiée dans l'exemple 1. Les espacements des cadres ont été obtenus dans l'exemple 3.

Indications

$s_{t \max} = 29$ cm (voir figure 5)

$0,9 d = 36,9$ cm

$A_t = 0,57$ cm^2

$A_s = 2 \text{ HA } 16 + 1 \text{ HA } 12$

Diamètres à considérer (formule 9):

$\varnothing = 6$ mm

$\varnothing_{\min} = 12$ mm

Contrôles

- Espacements $s_{t \max}$ (formule 7):

$$s_t \leq \min(36,9 \text{ cm}; 40 \text{ cm})$$

$s_{t \max} = 29$ cm convient.

- Espacements maxi à l'appui (formule 8):

$$\overline{s}_t \leq \frac{0,57 \times 215}{0,4 \times 20} = 15,31 \text{ cm}$$

$s_t = 11$ cm convient.

5. Effort tranchant réduit au voisinage d'un appui

Intérêt

Minoration de l'effort tranchant ultime pour la vérification de la résistance du béton et des armatures d'âme (B.A.E.L. A.5.1, 23).

Cet effort peut être évalué suivant les conditions prescrites ci-contre.

Toutefois ces conditions ne s'appliquent pas aux règles concernant les zones d'appui vis-à-vis :

- de la bielle d'about,
- de la section minimale des armatures longitudinales.

On se reportera au paragraphe 6 : "Justification aux appuis".

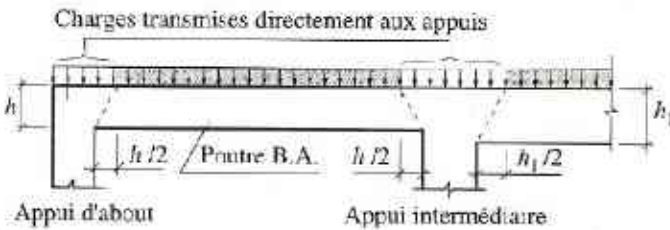


Fig. 6 Cas d'une charge répartie

Conditions prescrites

- Cas de charges situées entre le nu de l'appui et $h/2$

Les charges situées entre le nu de l'appui et les sections distantes de $h/2$ ne sont pas prises en compte (fig. 6).

- Cas de charges Q_i situées entre $h/2$ et $1,5 h$

L'effort tranchant $V_{u,i}$ développé par une charge concentrée Q_i peut être réduit dans le rapport $2a/3h$:

$$V_{u,\text{réd}} = V_{u,i} \cdot \frac{2a}{3h}$$

avec a : distance à partir du nu de l'appui du point d'application de Q_i (fig. 7)

h : hauteur de poutre.

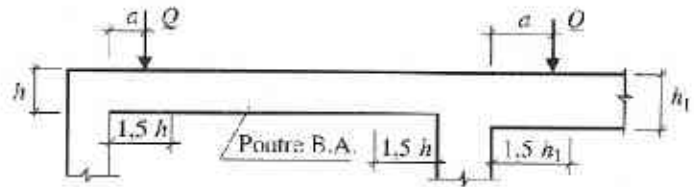


Fig. 7 Cas de charges concentrées

EXEMPLE D'APPLICATION 1

Calcul de l'espacement initial en tenant compte de l'effort tranchant réduit dans le cas d'une charge uniforme. Cas de la poutre étudiée dans les exemples précédents.

Données

- Hauteur : $h = 45 \text{ cm}$
- Charges uniformes : $1,35 g + 1,5 q = 31\,875 \text{ N/m}$
- $V_u = 92\,438 \text{ N}$
- Section des cadres : $2 \text{ brins } \varnothing 6 \text{ mm} \rightarrow 0,57 \text{ cm}^2$
- Acier des cadres : $f_c = 215 \text{ MPa}$

Calcul

- Effort tranchant réduit :

$$V_{u,\text{réd}} = V_u - (1,35 g + 1,5 q) h/2$$

$$V_{u,\text{réd}} = 85\,266 \text{ N}$$

- Contrainte tangente conventionnelle :

$$\tau_s = \frac{V_{u,\text{réd}}}{b_0 \cdot d} = 1,04 \text{ MPa}$$

- Espacement initial :

$$s_t \leq \frac{0,9 \times 0,57 \times 10^{-4} \times 215}{1,15 \times 0,20 (1,04 - 0,3 \times 2,4)} = 0,15 \text{ m}$$

Remarque : on notera l'écart obtenu pour s_t suivant l'utilisation de V_u (exemple 3) ou de $V_{u,\text{réd}}$.

6. Justifications aux appuis (B.A.E.L. A.5.1, 3)

6.1 Appui simple d'about

Notations

- a : profondeur d'appui
- f_{c28} : résistance caractéristique du béton en compression à 28 jours d'âge
- A_s : section minimale des aciers longitudinaux inférieurs prolongés sur l'appui
- γ_s : 1,15 en général

Conditions prescrites

- Profondeur minimale d'appui

$$\frac{2 V_u}{b_0 \cdot a} \leq \frac{0,8 f_{c28}}{\gamma_b} \quad (\text{B.A.E.L. A.5.1, 31})$$

$$\text{ou } V_u \leq 0,267 b_0 \cdot a \cdot f_{c28}$$

soit :
$$a \geq \frac{3,75 V_u}{b_0 \cdot f_{c28}} \quad (10)$$

La valeur de a est prise au plus égale au bras de levier de la poutre évalué à $0,9 d$.

- Section minimale d'armatures inférieures sur appui

$$A_s \geq \frac{\gamma_s}{f_c} V_u \quad (11)$$

- Profondeur d'appui prise en compte : suivant B.A.E.L. A.5.1, 313 (fig. 9 et 10).

6.2 Appui intermédiaire

L'effort tranchant V_u prend la valeur :

V_{ug} : à gauche de l'appui

V_{ud} : à droite de l'appui.

L'action verticale de l'appui intermédiaire est égale à :

$$R_u = |V_{ug}| + |V_{ud}|$$

La valeur du moment de flexion à l'état ultime sur l'appui est M_u .

Remarques (B.A.E.L. A.5.1, 321)

- Le moment M_u , normalement négatif sur appui avec les conventions usuelles de signe, est pris en valeur algébrique.
- Pour V_u , il s'agit de la valeur (normalement positive) à droite de la ligne d'appui (voir fig. 4).

Conditions prescrites

- Profondeur minimale d'appui

Pour chaque des travées adjacentes, il faut vérifier :

$$V_u \leq 0,267 b_0 \cdot a \cdot f_{c28} \quad (\text{id}^\circ \text{ à appui simple d'about})$$

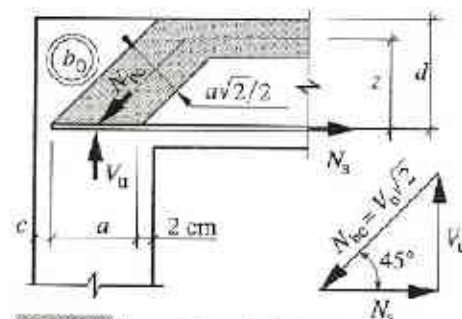


Fig. 8 Appui simple d'about

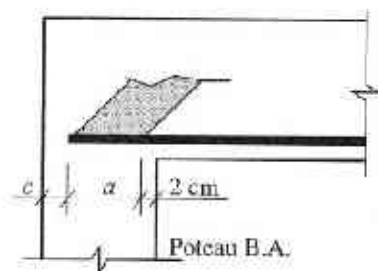


Fig. 9 Barre droite

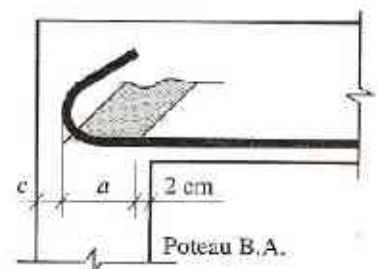


Fig. 10 Barre avec crochet

• **Contrainte moyenne de compression sur l'appui**

$$\sigma_{mb} = \frac{R_u}{b_0 \cdot a} \leq \frac{1,3 f_{c28}}{\gamma_b}$$

ou
$$\sigma_{mb} \leq 0,867 f_{c28} \quad (12)$$

• **Section minimale d'armatures inférieures sur appui**

$$A_s \geq \frac{\gamma_s}{f_c} \left(V_u + \frac{M_u}{0,9 d} \right) \quad (13)$$

EXEMPLE D'APPLICATION 6

Contrôles des conditions aux appuis de la poutre de l'exemple 1, vis-à-vis de l'effort tranchant.

Données complémentaires

- Section utile: 20 cm x 41 cm
- Aciers principaux inférieurs:
 - $f_c = 500 \text{ MPa}$
 - $A_s = 2 \text{ HA } 20$ (sur l'appui)
- Béton: $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$
- Appuis sur poteau B.A. de section: 20 cm x 20 cm
- Enrobage: 3 cm
- Effort tranchant:
 - $V_u = 92\,438 \text{ N}$
 - $V_{u,rés} = 85\,266 \text{ N}$ (cf § 5)

Contrôles

- Profondeur utile de l'appui:

$$a = 20 \text{ cm} - 3 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 15 \text{ cm}$$

B.A.E.L. fig. 9
enrobage
côté du poteau

- Profondeur minimale (formule 10):

$$a \geq \frac{3,75 \times 0,092\,438 \text{ MN}}{0,20 \text{ m} \times 30 \text{ MPa}} = 0,058 \text{ m}$$

- Section minimale des aciers inférieurs prolongés sur appui:

$$A_s \geq \frac{1,15 \times 0,092\,438 \times 10^4}{500} = 2,13 \text{ cm}^2$$

On a 2 HA 20 $\rightarrow 6,28 \text{ cm}^2 > 2,13 \text{ cm}^2$

7. Cas des dalles (B.A.E.L. A.5, 2)

Aucune armature d'effort tranchant n'est requise si:

- $\tau_u \leq \bar{\tau}_u$ (valeur limite)

avec
$$\bar{\tau}_u = 0,07 f_{c28} / \gamma_b \quad (14)$$

- Pièce bétonnée sans reprise sur toute son épaisseur.

N.B. Valeur de $\bar{\tau}_u$ faible dans le cas général.

EXEMPLE D'APPLICATION 7

Contrôle de τ_u pour dalle sur appuis simples.

Données

- Dalle de portée $L = 4,20 \text{ m}$
- Épaisseur 18 cm; $d = 15 \text{ cm}$
- Matériaux:
 - $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$
 - $f_c = 500 \text{ MPa}$
- Charges
 - permanentes: $1\,000 \text{ N/m}^2$
 - d'exploitation: $4\,000 \text{ N/m}^2$

Contrôle

- Valeur de l'effort tranchant:

$$V_u = (1,35 g + 1,5 q) L/2 = 28\,192 \text{ N}$$

- Contrainte tangente conventionnelle:

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 \cdot d} = 0,188 \text{ MPa}$$

- Contrainte tangente limite:

$$\bar{\tau}_u = 1,167 \text{ MPa} > 0,188 \text{ MPa}$$

Poutre rectangulaire soumise à la sollicitation d'effort tranchant

Données

- Section: 20 cm x 60 cm
- Hauteur utile: 55 cm
- Enrobage: 3 cm
- Portée entre appuis: 7,00 m
- Appuis: poteaux B.A., section 20 cm x 20 cm
- Matériaux
 - béton: $f_{c28} = 25$ MPa
 - aciers principaux: $f_c = 500$ MPa
 - aciers transversaux à disposition: $f_e = 215$ MPa et $f_c = 500$ MPa
- Charges permanentes y compris poids propre de la poutre: $g = 17\,640$ N/m
- Charges d'exploitation: $q = 8\,000$ N/m
- Cas de fissuration préjudiciable
- Aciers principaux tendus
 - section médiane: 5 HA 20 + 1 HA 16
 - section d'appui: 3 HA 20

Étapes de l'étude

1° Calcul de la contrainte tangente conventionnelle et contrôle:

$$\tau_u \leq \bar{\tau}_u$$

2° Détermination par le calcul des espacements des armatures transversales constituées par un cadre et un étrier.

Option 1: HA 6 Fe E 500

Option 2: Ø 8 Fe E 215

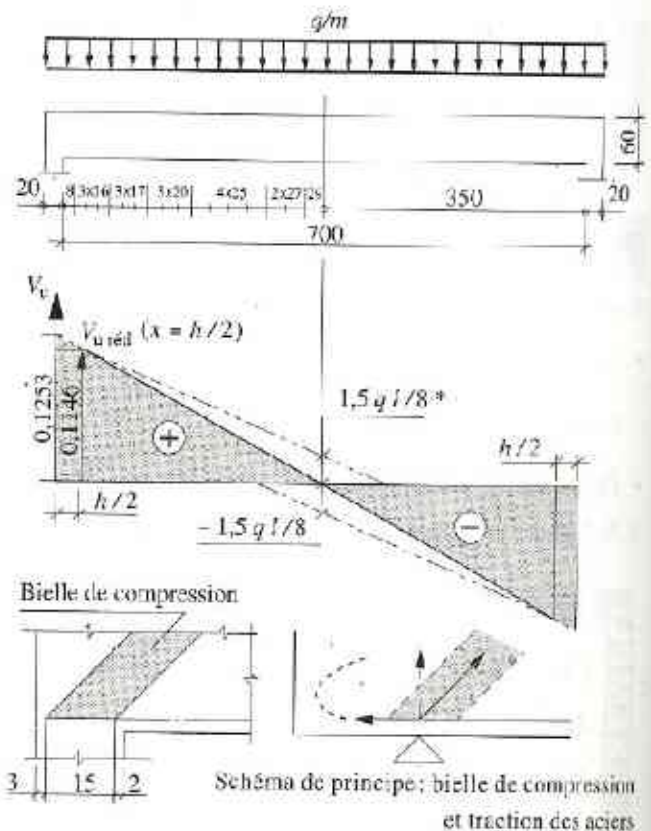
Prise en compte de l'effort tranchant réduit et des dispositions constructives minimales.

3° Vérifications à l'appui simple d'about:

- profondeur minimale d'appui;
- section minimale A_s .

1° Calcul de la contrainte tangente conventionnelle

- Charge par mètre de poutre à l'E.L.U.
 $1,35 g + 1,5 q = 23\,814 + 12\,000 = 35\,814$ N/m
- Effort tranchant V_u aux appuis
 $V_u = 35\,814 \times 3,5 = 125\,349$ N
 $V_{u\text{réel}} = 35\,814 (3,50 - 0,60/2) = 114\,600$ N
- Contrainte tangente conventionnelle
$$\tau_u = \frac{V_{u\text{réel}}}{b_0 \cdot d} = \frac{0,114\,600}{0,20 \times 0,55} = 1,04$$
 MPa
- Contrainte tangente limite ultime
Cas de fissuration préjudiciable:
 $\bar{\tau}_u = \min(0,15 f_{c28} / \gamma_b; 4$ MPa)
 $\bar{\tau}_u = 2,5$ MPa
 $\tau_u < \bar{\tau}_u$ vérifié.



(*) Cette valeur (pour $x = h/2$) tient compte du diagramme enveloppe des efforts tranchants.

Fig. 11 Poutre sur deux appuis

2° Calcul des espacements des armatures transversales

Section d'armatures transversales

Option 1, acier Fe E 500: 1 cadre HA 6 + 1 étrier HA 6 $\rightarrow A_{t1} = 1,13 \text{ cm}^2 \rightarrow s_{t1}$

Option 2, acier Fe E 215: 1 cadre $\varnothing 8$ + 1 étrier $\varnothing 8$ $\rightarrow A_{t2} = 2,01 \text{ cm}^2 \rightarrow s_{t2}$

Dispositions constructives: $s_t \leq \min(0,9 d; 40 \text{ cm})$ et $s_t \leq \frac{A_t \cdot f_c}{0,4 b_0}$, équivalant à: $s_t \leq 40 \text{ cm}$

Tableau de calcul des espacements (en cm)

Distance x du nu de l'appui (m)	V_u (MN)	$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 \cdot d}$ (MN)	$s_t \leq \frac{0,9 A_t \cdot f_c}{1,15 b_0 \cdot \tau_u}$		Choix des s_{t2} (fig. 11)
			s_{t1} $f_c = 500 \text{ MPa}$	s_{t2} $f_c = 215 \text{ MPa}$	
$x = h/2$	0,114 605	1,042	21,1	16,2	16 x 3
0,50	0,107 442	0,976	22,6	17,3	17 x 3
1,00	0,089 535	0,814	27,2	20,8	20 x 3
1,50	0,071 628	0,651	33,9	26,0	25 x 2
2,00	0,053 721	0,448	40	37,8	25 x 2
2,50	0,035 814	0,326	40	40	27 x 2
3,00	0,017 907	0,163	40	40	29 x 1

3° Vérifications à l'appui simple d'about

• Profondeur minimale d'appui

La limitation de la contrainte de compression dans la bielle d'appui implique la condition:

$$a \geq \frac{3,75 V_u}{b_0 \cdot f_{c28}} \quad (\text{formule 10})$$

$$a \geq \frac{3,75 \times 0,125\,349}{0,20 \times 25} = 0,094 \text{ m}$$

Cette condition est satisfaite:

$$a = 15 \text{ cm} > 9,4 \text{ cm}$$

• Section minimale des aciers tendus prolongés sur appui

$$A_s \geq \frac{1,15 V_u}{f_c} \quad (\text{formule 11})$$

Valeur de la section minimale:

$$A_s \geq \frac{1,15 \times 0,125\,349 \times 10^4}{500} = 2,88 \text{ cm}^2$$

Cette condition est satisfaite:

$$3 \text{ HA } 20 \rightarrow A_s = 9,42 \text{ cm}^2 > 2,88 \text{ cm}^2$$

16

Micro-projet Bâtiment

Ce chapitre a pour but de familiariser l'étudiant à l'étude globale d'un ensemble d'éléments d'une structure porteuse classique.

Il concerne le calcul d'ouvrages élémentaires: semelles, poteaux, poutres et planchers. L'application proposée est un bâtiment courant dont les planchers supportent une charge d'exploitation modérée.

- Il s'agit d'exploiter les connaissances acquises dans les chapitres précédents pour:
 - le calcul des sollicitations (effort normal, moment de flexion, effort tranchant, etc.);
 - la détermination des sections d'armatures sous l'effet des sollicitations de calcul (N_u , M_{ser} , M_u , V_u);
 - les dispositions constructives réglementaires et justifications diverses vis-à-vis des sections béton acier, les zones d'appui, etc.
- La première partie du chapitre fait l'objet de l'étude classique "semelles-poteaux-poutres rectangulaires ou en Té."
- La seconde partie traite du calcul des dalles sur appuis continus:
 - 1^{er} cas: panneaux longs uniformément chargés;
 - 2^e cas: panneaux dont le rapport des portées est tel que:

$$0,4 \leq \frac{l_x}{l_y} \leq 1$$

1. Étude demandée

Le bâtiment à étudier est représenté schématiquement sur le plan de coffrage de la figure 1, complété par une coupe verticale de principe au voisinage du poteau P_2 .

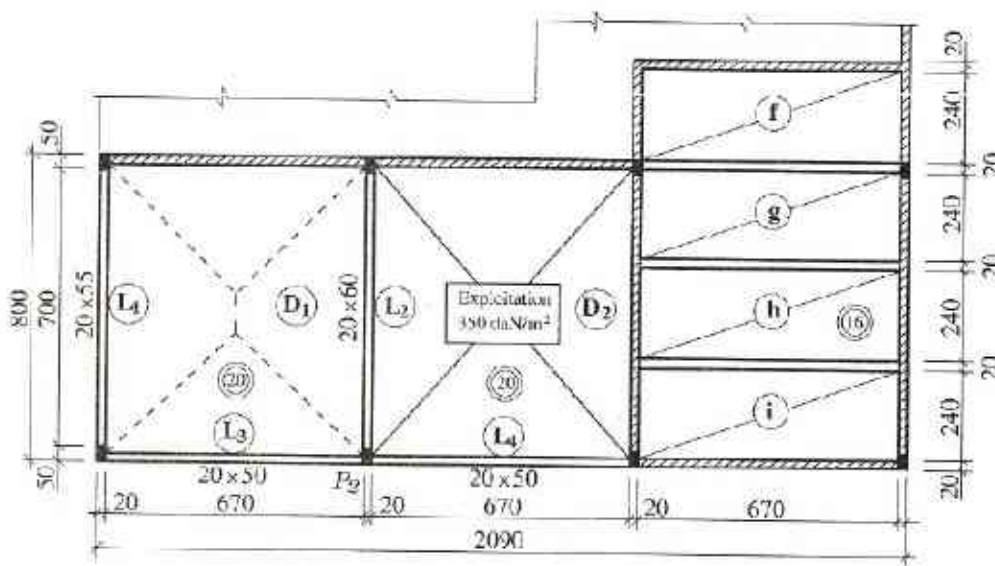


Fig. 1 Plan de coffrage, plancher haut du rez-de-chaussée

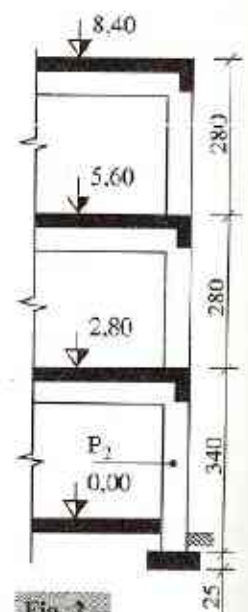


Fig. 2 Coupe de principe au voisinage de P_2

1.1 Éléments de construction à justifier

On demande de calculer les éléments de construction mentionnés ci-après :

- Poutre L_1 (20 x 55) située en rive, à section rectangulaire
- Poutre L_2 (20 x 60) intérieure, à section en T
- Poteau P_2 (20 x 50) situé en rive
- Semelle S_2 fondation à section rectangulaire sous P_2
- Dalles f-g (2,40 x 6,70) en continuité, portant dans un seul sens
- Hourdis D_1 - D_2 (6,70 x 7,00) en continuité sur L_2 , portant dans deux sens

1.2 Données complémentaires

Objet		Thème d'application	Données
Actions	permanentes	<ul style="list-style-type: none"> • Poids spécifique des éléments B.A. • Planchers type dalle pleine reposant sur murs, poutres et poteaux, coulés en place sans reprise de bétonnage Épaisseur: pour D_1 et D_2 pour f, g, h, i • Façades en éléments légers préfabriqués 	2 500 daN/m ³
	variables	<ul style="list-style-type: none"> • Charges d'exploitation: niveau courant-terrasse 	20 cm 16 cm 120 daN/m 350 daN/m ² 100 daN/m ²
Matériaux	béton	<ul style="list-style-type: none"> • Résistance spécifiée en compression à 28 jours 	25 MPa
	aciers	Type I $\eta = 1,6$; $\psi_c = 1,5$ (HA) $\eta = 1$; $\psi_s = 1$ (lisse)	Fe E 500 HA Fe E 235
Fissuration		<ul style="list-style-type: none"> • Éléments intérieurs (tels que dalles et poutre L_2) 	Peu préjudiciable
		<ul style="list-style-type: none"> • Éléments au contact avec l'extérieur (poutre L_1 et semelle S_2 en particulier) 	Préjudiciable
Poteau P_2		<ul style="list-style-type: none"> • N'assure aucun contreventement • Mise en charge après 90 jours 	Compression centrée
Sol		<ul style="list-style-type: none"> • Contrainte limite de compression E.L.S.: $\bar{\sigma}_s$ 	1,5 MPa

2 Valeurs caractéristiques et valeurs de calcul des matériaux

2.1 Contraintes limites sous sollicitations normales de flexion

Valeurs caractéristiques (MPa)		Matériaux	E.L.S. (Mpa)	E.L.U.R. (MPa)	γ
Compression f_{c28}	25	Béton	$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28}$	$f_{bu} = 0,85 \frac{f_{c28}}{\gamma_b}$	14,17
Traction $f_{t28} = 0,6 + 0,06 f_{c28}$	2,1				
Limite élastique f_e	500	Acier	$\bar{\sigma}_{st}^* = \inf\left(\frac{2}{3} f_e ; 110 \sqrt{\eta} f_{t28}\right)$	$f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s}$	434,8

* en fissuration préjudiciable.

2.2 Contraintes limites sous sollicitations tangentes dues à V_u

Justification	Application	Contrainte limite	(MPa)
Cisaillement de l'âme	Fissuration peu préjudiciable	$\overline{\tau_u} = \inf \left(0,2 \frac{f_{ct28}}{\gamma_b}; 5 \text{ MPa} \right)$	3,33
	Fissuration préjudiciable	$\overline{\tau_u} = \inf \left(0,15 \frac{f_{ct28}}{\gamma_b}; 4 \text{ MPa} \right)$	2,5
Adhérence	Ancrage	$\overline{\tau_{su}} = 0,6 \Psi_s^2 f_{ct28}$	2,835
	Entraînement	$\overline{\tau_{sc,u}} = \Psi_s f_{ct28}$	3,15

Première partie: poutres, poteau, semelle

3. Calcul des éléments porteurs

3.1 Étude de la poutre de rive L_1

- Situation: rive, fissuration préjudiciable, calcul à l'E.L.S. a priori.
- Section: 20 x 55: la situation impose le calcul en section rectangulaire.
- Distance entre mur d'appuis: 7,00 m (poutre ISO).
- Longueur d'appui: 50 cm.
- La figure 3 met en évidence des charges de type:
 - uniformes réparties,
 - triangulaires.
- Le triangle supérieur est pris en compte par simplification et sécurité.

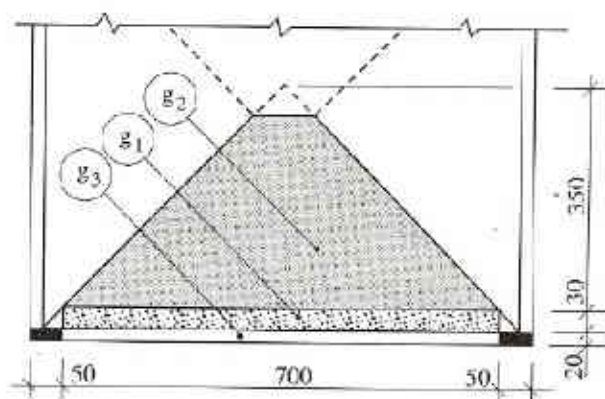


Fig. 3 Poutre de rive L_1

3.1.1 Calcul des sollicitations

On utilise les conventions suivantes: Type R, charge uniforme g , $M_c = gl^2 / 8$; $V(0) = gl / 2$
 Type T, charge triangulaire g , $M_c = gl^2 / 12$; $V(0) = gl / 4$

Actions	Origine	Type	Intensité (daN/m)	$M_{\text{centré}}$ (daNm)	V_{appui} (daN)
permanentes G	Dalle	R	$g_1 = 0,2 \times 0,3 \times 2\,500 = 150$	918,75	525
		T	$g_2 = 0,2 \times 3,5 \times 2\,500 = 1\,750$	7\,145,85	3\,062,5
	Poutre	R	$g_3 = 0,2 \times 0,55 \times 2\,500 = 275$	1\,684,4	962,5
	Façade	R	$g_4 = 120$	735	420
Total				$M_G = 10\,484$	$V_G = 4\,970$
variables Q	Charges d'exploitation sur dalle q_B	R	$q_{B1} = 0,3 \times 350 = 105$	643,13	367,5
		T	$q_{B2} = 3,5 \times 350 = 1\,225$	5\,002,08	2\,143,8
	Total				$M_Q = 5\,645,2$
Total E.L.S.:	$G + Q$			$M_{scr} = 16\,129,2$	
E.L.U.R.:	$1,35G + 1,5Q$		$(\gamma = 1,402)$	$M_u = 22\,621,2$	$V_u = 10\,476,5$

3.1.2 Armature longitudinale à mi-portée (calcul E.L.S.)

N.B. Les calculs s'effectuent à l'E.L.S. car la fissuration est préjudiciable.

Méthode par tableau (cf. chap. 12, § 8.2)

$$M_{ser} = 0,161\,292 \text{ MNm}$$

$$\sigma_{st} = \overline{\sigma_{st}} = 201,63 \text{ MPa}$$

a priori $d = 50 \text{ cm}$, $\mu_s = 0,015\,99$

$$\mu_s < \mu_{stim} = 0,016\,2 \text{ (Annexe 3)}$$

Lecture tableau (Annexe 5)

μ_s	K	μ_{η}	α_1	β_2	100ρ
0,016	13,55	0,2167	0,525	0,8248	1,940

Contrainte béton: $\sigma_{bc} = \frac{\sigma_{st}}{K} = 14,9 \text{ MPa}$

$$A_s = \rho b d = 19,4 \text{ cm}^2$$

Choix initial de 4 HA 25 ($19,63 \text{ cm}^2$)

Contrôle	$\varnothing_1 = 8 \text{ mm}; \varnothing_{1i} = 25 \text{ mm}; c = 3 \text{ cm}$ $d_{isol} = 48,7 \text{ cm} < 50 \text{ cm initial}$
Conséquence	$\sigma_{bc} > \overline{\sigma_{bc}} = 15 \text{ MPa}$



Solutions possibles

- **Solution 1: sans aciers comprimés**

Modalités
$\sigma_{bc} = \overline{\sigma_{bc}} = 15 \text{ MPa}$
$\sigma_{st} < \overline{\sigma_{st}}$

- **Solution 2: avec aciers comprimés**

Modalités
$\sigma_{bc} = \overline{\sigma_{bc}} = 15 \text{ MPa}$
$\sigma_{st} = \overline{\sigma_{st}} = 201,63 \text{ MPa}$

Complément au chapitre 12

Choix de la solution 1 ($A'_s = 0$ et $\sigma_{bc} = \overline{\sigma_{bc}}$)

Méthode tableau

$$\mu_b = \frac{M_{ser}}{b d^2 \overline{\sigma_{bc}}} = 0,2267 \quad \begin{cases} K = 11,94 \\ \beta_1 = 0,8144 \\ \rho\% = 2,33 \end{cases} \rightarrow A_s = \rho b d = 22,7 \text{ cm}^2$$

Choix final: 4 HA 25 + 2 HA 14 ($22,71 \text{ cm}^2$)

Le contrôle par ordinateur présenté à l'E.L.S. justifie ce choix. A l'E.L.U.R., $M_u = 0,266 \text{ MNm}$

Calcul par ordinateur

Détermination de A_s

* ELS * INITIATION SECT.RECTANGULAIRE *

* Section (cm) Largeur b :? 20
H.utile d :? 50

* Matériaux
(MPa) Beton Fc28: ? 25
Acier Fe : ? 500

* Fissuration Eta : ? 1.6
(NP=0, P=1, TP=2): ? 1

* Moment agist. (MNm) Mser: ? 0.161292

* Moment resist.beton M1 = .163 MNm

* Armature: -approchée A = 19.41 cm2
-calculée A = 19.4 cm2

Detail des calculs (A' = 0)

Mus = .016 Alpha = .5255

Mub = .2167 Beta1 = .8248

K = 13.55 Rho % = 1.9396

Hauteur (cm) Contrainte (MPa) Limite

Y1 = 26.27 14.89 Beton 15

Z1 = 41.24 201.63 Acier 201.63

Vérification finale

* E.L.S.* SECTIONS S.A. RECTANGULAIRES

* Section (cm) Largeur b :? 20
H.utile d :? 48.7

* Matériaux
(MPa) Beton Fc28: ? 25
Acier Fe : ? 500

* Fissuration Eta : ? 1.6
(PN=0, P=1, TP=2): ? 1

* Calcul=1 Verif=2 Run=3 Fin=4 Choix=?

* Moment agist. (MNm) Mser: ? 0.161292

* Aciers tendus (cm2) A st: ? 22.71
comprimés A's: ? 0

* Contraintes calcul * limite
(MPa) Bbc 15 15

* yl= 27.12 cm Set 179.07 201.63

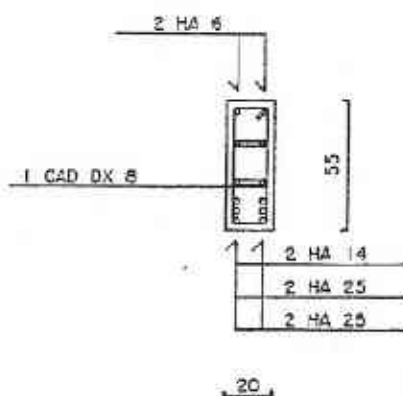
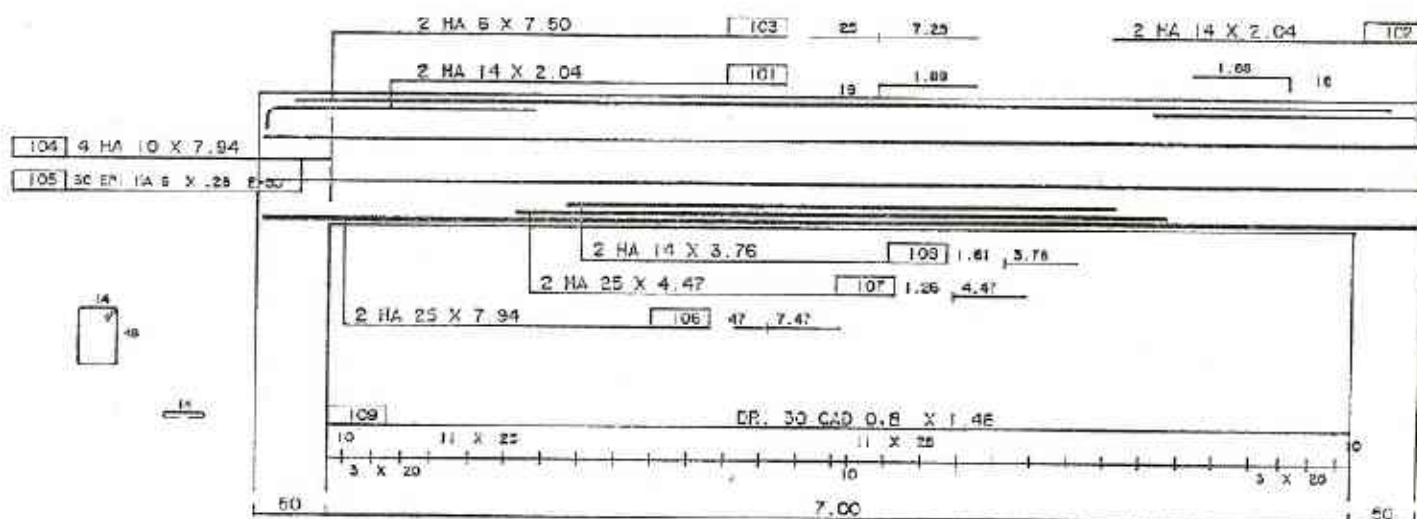
3.1.3 Plan d'armatures

Le plan d'armatures est tracé en D.A.O. (fig. 4) à partir du logiciel SIFRA.

L₁

(1 PIECE) 20 X 55 ECHELLE .030 ECHELLE .050

ENROBAGE INFERIEUR .03 ENROBAGE LATERAL .03



LOGICIEL : SIFRA 38320 EYBMS

NUMERO	DESIGNATION
101	2 HA 14 X 2,04
102	2 HA 14 X 2,04
103	2 HA 6 X 7,50
104	4 HA 10 X 7,94
105	30 EPI HA 6 X 0,26
106	2 HA 25 X 7,94
107	2 HA 25 X 4,47
108	2 HA 14 X 3,76
109	30 CAD Ø 8 X 1,46

Analyse et décodage

- **Armatures principales tendues**
 - 1^{er} lit: 2 HA 25 ; L = 794 cm
Longueur sur l'appui 47 cm
 - 2^e lit: 2 HA 25 ; L = 447 cm
placés à partir de 126 cm
du nu de l'appui gauche
 - 3^e lit: 2 HA 14 ; L = 376 cm
placés à partir de 161 cm
du nu de l'appui gauche
- **Chapeaux d'extrémités**
2 HA 14 ; L = 204 cm
- **Aciers de montage-assemblage**
2 HA 6 ; L = 750 cm
- **Armatures transversales**
30 cadres droits ($\alpha = 90^\circ$) en $\varnothing 8$
Fe E 235 ; L = 146 cm
- **Aciers de peau**
4 HA 10 ; L = 794 cm
Épis transversaux en HA 6 ; L = 26 cm
30 épis espacés de 50 cm

Fig.4

Plan d'armatures de la poutre de rive L₁

3.1.4 Justification des armatures à l'appui (cf chap. 15)

Armatures longitudinales

$$V_u = 0,104\,765 \text{ MN.}$$

Minimum requis pour les aciers longitudinaux: $A_s \geq \frac{V_u}{f_{su}}$

$$A_{s \min} = 2,41 \text{ cm}^2. \text{ On retient 2 HA 25 filant soit } 9,82 \text{ cm}^2.$$

Armatures transversales (cf. fig. 2)

- Contrainte tangente conventionnelle de l'âme:

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 d} = 1,048 \text{ MPa} < 2,5 \text{ MPa, vérifié.}$$

On peut donc disposer des armatures droites.

Nous choisissons 1 cadre $\varnothing 8$ (2 brins), $A_t = 1,01 \text{ cm}^2$

- Dispositions constructives minimales réglementaires:

$$\varnothing_t = 8 \text{ mm} \leq \inf \left(\frac{h}{35}; \frac{b_0}{10}; \varnothing_L \right) = \inf \left(\frac{550}{35}; \frac{200}{10}; 25 \right) = 15,7 \text{ mm}$$

$$s_t \leq \inf (0,9 d; 40 \text{ cm}) = 40 \text{ cm}$$

$$s_t \leq \frac{A_t f_e}{0,4 b} = \frac{1,01 \times 235}{0,4 \times 20} = 29,7 \text{ cm} \left. \vphantom{s_t} \right\} \text{ soit } s_t \leq 29 \text{ cm}$$

- Espacement calculé à l'appui:

$$s_t \leq \frac{0,9 A_t f_e}{1,15 b (\tau_u - 0,3 k f_{tj})} = 22,2 \text{ cm (avec } K = 1)$$

On choisit un espacement de 20 cm à l'appui.

Calcul par ordinateur

(cf. chap. 15)

* POUTRE B.A. * EFFORT TRANCHANT * ELU *

* Matériaux (MPa) Béton f_{c1} : 25
Acier f_{e1} : 235

* Fissuration (PN=0, P=1, TP=2): ? 1

* Reprises de bétonnage (0/1): ? 0

* Section 1=Rect. 2=Té (1/2): ? 1

* Axe (cm) Largeur b: ? 20

H.utile d: ? 50

* Effort Tranchant (MN) V_{u1} : 0,104765

* T_u	Tu45	Tu90	T_u	Varif
(MPa)	4,50	2,50	1,05	< Tu90

* Cadres à 90° A_t/St : 4,54 cm²/m

Section (cm²) A_t : 1,01

* Ecart. Maxi 29,7 cm s_t : 22,2 cm

* Appui Moment (MNm) M_{uA} : ? 0

a) 7,9 cm A_s : 5,13 cm²

Remarque: la règle d'espacement de Caquot ne peut être utilisée qu'avec des charges uniformément réparties. Les espacements intermédiaires doivent être calculés avec $V_u(x)$ en respectant $s_t \leq 29 \text{ cm}$.

3.1.5 Justification de la bielle d'appui et de l'ancrage

- La compression dans la bielle impose une longueur d'appui:

$$a_{\min} \geq \frac{3,75 V_u}{b_0 f_{ct}} = 7,9 \text{ cm} \quad (a_{\text{réel}} > a_{\min})$$

- Ancrage des barres HA 25 traversant l'appui:

$$l_a = \frac{\varnothing}{4} \cdot \frac{f_c}{\tau_{su}} = 110,23 \text{ cm, donc nécessité d'un ancrage par crochet.}$$

Un crochet "normal" nécessite une longueur $l_a = 0,4 \times l_a = 44,1 \text{ cm}$.

Ce type d'ancrage convient car la longueur d'appui de 50 cm est suffisante.

3.1.6 Condition de non-fragilité

$$A_{s \min} = 0,23 b d \frac{f_{tj}}{f_e} = 0,23 \times 20 \times 50 \times \frac{2,1}{500} = 0,97 \text{ cm}^2, \text{ toujours vérifié.}$$

3.2 Étude de la poutre intérieure L₂

- Situation : – poutre intérieure, isostatique appuyée à ses extrémités ;
 – plancher à 2 travées en continuité prenant appui intermédiaire sur L₂ ;
 – évaluation des charges majorée forfaitairement par coefficient 1,15 (B.A.F.L., B.6.2).

3.2.1 Calcul des sollicitations

Les calculs s'effectuent à l'E.L.U.R. car la fissuration est peu préjudiciable.

La répartition des chargements (cf. fig. 1) induit les effets suivants :

Actions	Origine	M au centre (daNm)	V _{appui} (daN)
permanentes G	Dalle + poutre	17 967	8 225
variables Q	Exploitation q _B	11 719,3	5 267,5
Sollicitations de calcul (majoration 1,15)	E.L.S.	M _{ser} = 34 139	V _u = 21 856
	E.L.U.R.	M _u = 48 110	
		γ = 1,409	

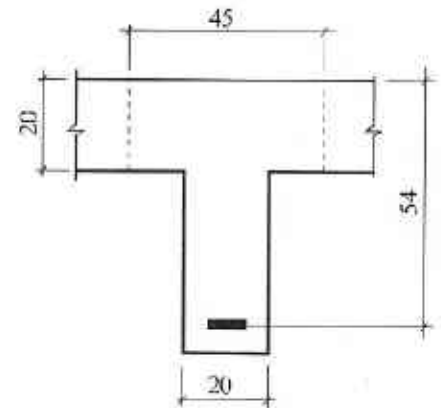


Fig. 5 Section de la poutre L₂.

3.2.2 Largeur b de la table de compression

On choisit d = 54 cm et b = 45 cm. Le moment que peut équilibrer la table

$$\text{seule est } M_{btu} = b h_0 \left(d - \frac{h_0}{2} \right) f_{bu} = 56 113 \text{ daNm} > M_u$$

Ce résultat indique que seule la table est comprimée et que le calcul s'effectue en section rectangulaire.

3.2.3 Armature longitudinale à mi-portée

- Calcul par ordinateur
- Détermination E.L.U.R.

γ	μ _{su}	μ _{critique}
1,41	0,249 4	< 0,273 9

Choix d'armatures :

5 HA 25 soit 24,54 cm²

- Vérification E.L.S.

3.2.4 Armatures à l'appui

$$A_s \geq \frac{V_u}{f_{su}} = 5,03 \text{ cm}^2$$

On retient 2 HA 25 filants.

$$A_t = 1,01 \text{ cm}^2 \text{ (1 cadre } \varnothing 8)$$

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 d} = 2,02 < 3,33 \text{ MPa}$$

$$\left. \begin{aligned} s_t &\leq 29 \text{ cm} \\ \varnothing_t &= 8 \text{ mm} < h / 35 \end{aligned} \right\} \text{ mini}$$

Calcul par ordinateur

Détermination ↓ Vérification →

* E.L.U.R. * SECTIONS B.A. EN TE *

* Section (ca) Largeur b : 45
H.utile d : 54
Nervure b0 : 20
H.table h0 : 20

* Matériaux
(MPa) Béton Fc28 : 25
Acier Fe : 500

* Calcul=1 Verif=2 Chgt=3 Fin=4 choix:1

* Moment agist. (MNm) Mu : 0.4811
* Moment agist. (MNm) Mser : 0.54137
Banaa = 1.409

* Moment resist.table Mbtu = .561 MNm
* Moment limite Ml = .619 MNm
* Calcul en section rectangulaire

* Armature tendue As = 24.18 cm2
* Minimum (N.fragilité) As > 1.25 cm2

* E.L.S. * SECTIONS B.A. EN TE

* Section (ca) Largeur b : 45
H.utile d : 54
Nervure b0 : 20
H.table h0 : 20

* Matériaux
(MPa) Béton Fc28 : 25
Acier Fe : 500

* Fissuration Eta : 1.6
(P=0, R=1, T=2) : 0

* Calcul=1 Verif=2 Chgt=3 Fin=4 choix:2

* Moment agist. (MNm) Mser : 0.54137

* Aciers tendus (cm2) As : 24.54
conprimés As' : 0

* Contraintes ELS calcul & limite
(MPa) Sbc 14.47 15
y1 = 22.71 cm Set 298.95

* ELUR (MNm)
yu = 20.92 cm Mru = .4369

- Espacement calculé:

$$s_t \approx \frac{0,9 A_t f_c}{1,15 b (\tau_v - 0,3 k f_{tj})} = 6,7 \text{ cm (avec } f_c = 235 \text{ MPa et } K = 1).$$

On choisit un espacement de 6,5 cm à l'appui. L'espacement des cadres à mi-portée est de 25 cm.

3.2.5 Autres justifications

Mêmes conclusions qu'aux paragraphes 3.1.4 à 3.1.6.

3.3 Étude du poteau P₂

- Situation: poteau de rive d'un bâtiment contreventé par des pans verticaux, compression supposée centrée.
- Justification: calcul du tronçon inférieur le plus sollicité, encastré sur la semelle S₂.

3.3.1 Calcul des sollicitations

Le tableau qui suit indique les charges transmises à P₂ au niveau haut de chaque plancher.

Niveau n°	Charges permanentes	G (daN)	Charges d'exploitation Q _B (daN)	N _u = 1,35 G + 1,5 Q _B (daN)
2	<ul style="list-style-type: none"> • Dalle-terrasse (6,90 × 4,00 = 27,6 m²) 0,2 × 27,6 × 2 500 • Retombées de poutres L₂: 0,4 × 0,2 × 3,50 × 2 500 L₃, L₄: 0,3 × 0,2 × 6,70 × 2 500 • Façades 6,70 × 120 • Poteau 0,2 × 0,5 × 2,80 × 2 500 	13 800 700 1 005 804 700 G ₂ = 17 009	Terrasse non accessible (q _B = 100 daN/m ²) Q ₂ = 2 760	27 102,15
1	idem	G ₁ = 17 009	(q _B = 350 daN/m ²) Q ₁ = 9 660	37 452,15
0	idem sauf poteau (H = 3,40m)	G ₀ = 17 159	Q ₀ = 9 660	37 654,65
Total				102 209 daN

- Majoration de 15 % (poteau intermédiaire), soit N_u = 1,15 × 102 209 = 117 540 daN
- Longueur de flambement: l_f = 0,7 l₀ = 2,38 m (poteau ancré sur fondation)
- Élancement: $\lambda = 2 \sqrt{3} \frac{l_f}{a} = 41,22 < 50$
- Le poteau P₂ peut être justifié par la méthode forfaitaire ($\lambda < 70$, compression "centrée").

3.3.2 Calcul des armatures (méthode forfaitaire B.8.4)

- Les résultats sont fournis par la sortie informatique ci-contre.
- Choix des barres
longitudinales: 6 HA 12, soit 6,79 cm²
transversales: $\varnothing_1 = 6 \text{ mm } (> \varnothing_1/3)$
soit: 1 cadre + 1 épingle $\varnothing 6$
soit: $s_t = 18 \text{ cm } (15 \varnothing_1)$

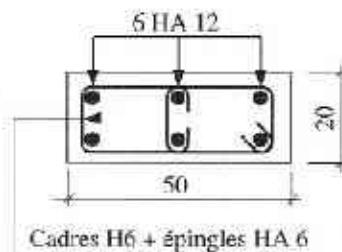


Fig. 6
Section du poteau

Calcul par ordinateur

* POTEAUX DE BATIMENTS * Art.B.8.4 *	
* Matériaux	Fc28 (MPa): ? 25 Fe (MPa): ? 500
* Flambement	Lf (m): ? 2,38
* Section	1. Rectangle 2. Cercle 1/2 ? 1
* Rectangle a×b	a (cm): ? 20 b (cm): ? 50
* Charge ultime	Mu (MN): ? 1,1754 > Nu/2 a J (jour): ? 90
* Armatures	As nini = 5,6 cm ²
* Détails	Lambda = 41,22 Alpha = ,685
S = 1000	cm ² Br = 864 cm ² A theor = 3,83 cm ²
U = 1,4	m A (4u) = 5,6 cm ² A (1,2%) = 2 cm ²

3.4 Étude de la semelle S_2

- Situation:
 - supporte les charges transmises par le poteau P_2 axialement;
 - fissuration préjudiciable.
- Justification: calcul en semelle isolée rigide à section rectangulaire et homothétique.

3.4.1 Calcul des sollicitations

- Dimensionnement effectué à l'E.L.S. en prenant les charges G et Q majorées de 15 % au-dessus du niveau de S_2 , soit:

$$\left. \begin{aligned} G_{\text{maj}} &= 51\,177 \times 1,15 = 58\,853,55 \text{ daN} \\ Q_{\text{maj}} &= 22\,080 \times 1,15 = 25\,392 \text{ daN} \end{aligned} \right\} N_{\text{ser}} = (G + Q)_{\text{maj}} = 84\,245,22 \text{ daN}$$

- Détermination des armatures à l'E.L.U.R.:

$$N_u = (1,35 G + 1,5 Q)_{\text{maj}} = 117\,540 \text{ daN}$$

3.4.2 Dimensionnement et contrôle de la contrainte au sol

- Section minimale:

$$S_{\text{min}} = \frac{N_{\text{ser}}}{\sigma_s} = \frac{0,84\,245}{1,5} = 0,562 \text{ m}^2$$

- Coefficient d'homothétie: $\lambda = \sqrt{\frac{S_{\text{min}}}{a \cdot b}} = 2,37$,
soit $A = \lambda a = 47,4 \text{ cm}$
 $B = \lambda b = 118,5 \text{ cm}$

Nous choisissons (fig. 7): $A = 50 \text{ cm}$ et $B = 115 \text{ cm}$
($S = 0,5 \times 1,15 = 0,575 \text{ m}^2 > S_{\text{min}}$)

- Condition de rigidité imposant la hauteur:

$$h > \sup \left(\frac{B - b}{4}; \frac{A - a}{4} \right) + 5 \text{ cm} = \frac{115 - 50}{4} + 5 = 21,25 \text{ cm}$$

Nous choisissons $h = 25 \text{ cm}$.

- Contrôle de la contrainte normale σ_s

Poids propre S_2 : $0,25 \times 0,50 \times 1,15 \times 2\,500 = 359,4 \text{ daN}$

$N_{\text{ser}} = 84\,245,2 + 359,4 = 84\,605 \text{ daN}$

$$\sigma_s = \frac{N_{\text{ser}}}{A \cdot B} = \frac{0,84\,605}{0,5 \times 1,15} = 1,471 \text{ MPa} < 1,5 \text{ MPa}$$

3.4.3 Armatures longitudinales suivant la méthode des bielles (calcul à l'E.L.U.R.)

Nous choisissons $d_1 = d_2 = h - 5 = 20 \text{ cm}$

- Sens x (parallèlement au petit côté)

$$A_x = \frac{N_u (A - a)}{8 d f_{su}} = 10,98 \text{ cm}^2$$

- Sens y

$$A_y = \frac{N_u (B - b)}{8 d f_{su}} = 5,07 \text{ cm}^2$$

- Majoration de 10 % en fissuration préjudiciable (article 2.34 du D.T.U. 13.12), soit: $A_x = 1,10 \times 10,98 = 12,08 \text{ cm}^2$

$$A_y = 1,10 \times 5,07 = 5,58 \text{ cm}^2$$

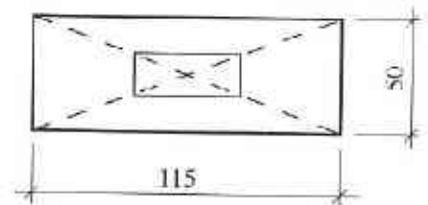


Fig. 7 Dimensions de la semelle

Calcul par ordinateur (*)

* SEMELLES DE FONDATIONS * DTU 13.12 *

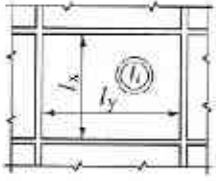
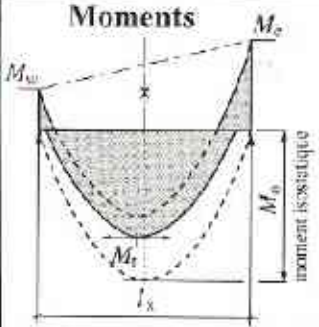
† Armatures	F _{yk} (MPa): ? 500
† Sol	S _{igs} (MPa): ? 1,5
† Semelle	1. Isolée
	2. Continue (1/2): ? 1
	Arrondi sur A et B (cm): ? 5
† Poteau	a < b
	a (cm): ? 20
	b (cm): ? 50
† Charges centrées	
- permanentes	G (kN): ? 0,588335
- variables	Q (kN): ? 0,25392
† Prédimensionnement	A B H
- Minimum (cm)	47,5 118,7 22,2
- Arrondi	50 115 25
† Contrainte sol	Sigma = 1,471 MPa
† approx. A _s // a B	A _x = 10,98 cm ²
(d=H-5cm) // a A	A _y = 5,07 cm ²

(*) prédimensionnement automatique en fonction de a , b et σ_s

4. Calcul des panneaux de dalles rectangulaires sous chargement modéré uniforme

Il s'agit de panneaux reposant sur des appuis continus et supportant un chargement uniformément réparti sur leur surface. Ils sont justifiés essentiellement à la flexion.

Notations

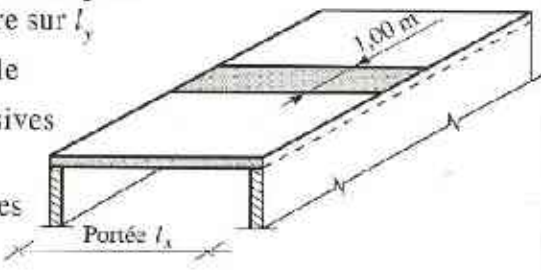
<p>Géométrie</p> 	<p>Portées entre murs d'appuis:</p> $\left. \begin{array}{l} l_x : \text{petite portée} \\ l_y : \text{grande portée} \end{array} \right\} l_x \leq l_y$ <p>h : épaisseur (faible devant l_x et l_y)</p>
<p>Moments</p> 	<p>M_0 : moment isostatique évalué au centre (dalle simplement appuyée)</p> <p>M_t : moment en travée</p> <p>M_w : moment sur appui de gauche</p> <p>M_e : moment sur appui de droite</p> <p style="text-align: right;">} moments tenant compte des continuités et du sens x ou y</p>

Méthodes utilisées suivant le rapport l_x/l_y

Appuis continus sur	l_x/l_y	B.A.E.L.	Méthodes de calcul	
			M_0	M_t, M_w, M_e
2 côtés	$l_x/l_y < 0,4$	A8.2 et	Panneaux longs uniformément chargés (calcul dans le sens porteur l_x)	Méthode forfaitaire (annexe E1) si $Q_B < \inf(2G; 5\,000 \text{ N/m}^2)$
4 côtés		Annexe E1		
4 côtés	$0,4 \leq l_x/l_y \leq 1$	Annexe E3	Panneaux de hourdis rectangulaires calculés dans les sens l_x et l_y	Procédés de calcul approché A.8.2, 32

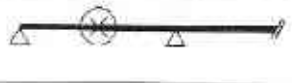




4.1 Panneaux de dalles portant dans un seul sens ($l_x/l_y < 0,4$)

4.1.1 Application de la méthode forfaitaire (B.A.E.L. annexe E1)

Notations	Conditions d'application
<p>l_x : portée entre nus d'appuis</p> <p>$b = 1\text{m}$ suivant l_y</p> <p>$\alpha = \frac{Q_B}{G + Q_B}$</p> <p>$M_{0x}$: moment iso au milieu de l_x</p> <p>M_t : moment en travée</p> <p>M_s : moment sur appuis</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Calcul dans le sens l_y uniquement pour une bande de largeur unitaire sur l_y • Fissuration peu préjudiciable • Rapport des portées successives compris entre 0,8 et 1,25 • Inerties des travées identiques
<p><i>Remarques: tous les moments sont pris en valeur absolue.</i></p>	

4.1.2 Évaluation des moments M_w , M_e et M_t

On choisit les moments M_w et M_e en fonction de M_0 , puis on détermine les moments M_t qui respectent les inégalités suivantes :

Travée	$M_t + \frac{M_w + M_e}{2} \geq \sup(1 + 0,3 \alpha; 1,05) M_0$	
M_t	Travée de rive	 $M_t \geq \left(\frac{1,2 + 0,3 \alpha}{2} \right) M_0$
	Travée inter.	 $M_t \geq \left(\frac{1 + 0,3 \alpha}{2} \right) M_0$
Appuis $\frac{M_a}{M_0} \geq$	2 travées	
		3 travées
		4 travées et plus
		

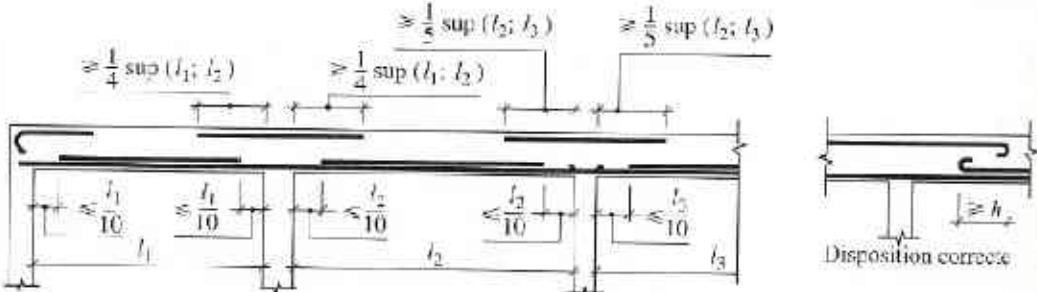
Remarques: de part et d'autre de chaque appui intermédiaire, on retient la plus grande des valeurs absolues des moments évalués à gauche (M_w) et à droite (M_e) de l'appui considéré.

4.1.3 Calcul des armatures

- Calcul en flexion sens l_x : A_x
- Armatures forfaitaires sens l_y : $A_y = A_x / 4$

4.2 Autres prescriptions réglementaires concernant les dalles

Les principales indications sont résumées dans le tableau suivant :

Armatures principales	Calcul de A_x et A_y en flexion (diamètre maxi $\varnothing = h / 10$)	
Pourcentages minimaux (B.7.4)	Sens y : $\rho_y \geq \rho_0$ Sens x : $\rho_x \geq \rho_0 \frac{3 - l_x / l_y}{2}$	$\rho_0 = \frac{A}{b h} \begin{cases} 1,2 \text{ ‰} : \text{Fe E 215, Fe E 235 lisses} \\ 0,8 \text{ ‰} : \text{Fe E 400, TS lisses } \varnothing > 6 \text{ mm} \\ 0,6 \text{ ‰} : \text{Fe E 500, TS lisses } \varnothing \leq 6 \text{ mm} \end{cases}$
Bonne construction	$A_y \geq \frac{A_x}{4}$	Écartement maxi entre barres sens x : inf (3 h ; 33 cm) sens y : inf (4 h ; 45 cm)
Arrêt de barres (E.1.3)		
Armatures transversales (A.5.2, 2)	Aucune n'est requise si $\tau_u < \bar{\tau}_u$ $\tau_u = \frac{V_u}{b d}$; $\bar{\tau}_u = 0,07 \frac{f_{ct}}{\gamma_b}$ b : largeur unité (1 m)	V_u maxi au milieu de l_y $V_u = \frac{\rho_u \cdot l_x \cdot l_y}{2 l_x + l_y}$ ρ_u : chargement surfacique (E.I.U.R.)

4.3 Applications: calcul des panneaux de dalles f - g

4.3.1 Situation

Méthode de calcul

N.B. On se reportera à la figure 1.

Situation	Méthode de calcul
<ul style="list-style-type: none"> Fissuration peu préjudiciable Travées de mêmes portées ($l = 2,40$ m) Rapport des côtés: $l_x / l_y = \frac{2,40}{6,70} = 0,358 < 0,4$ Actions : $G = 0,16 \times 2\,500 = 400$ daN/m² $Q = Q_B = 350$ daN/m² donc $Q_B < \inf(2G; 500$ daN/m²) 	<ul style="list-style-type: none"> Calcul E.L.U.R. Calcul dans le sens l_x uniquement Application de la méthode forfaitaire de l'annexe E1

4.3.2 Moments agissants (par bande de largeur unitaire)

Indications	Valeur des actions et sollicitations			
<ul style="list-style-type: none"> Largeur de bande $b = 1$ m Combinaison E.L.U.R. Moment isostatique 	$g = 0,16 \times 2\,500 \times 1 = 400$ daN/m $q = 350 \times 1 = 350$ daN/m $p_u = 1,35g + 1,5q = 1\,065$ daN/m $M_{0x} = p_u \frac{l_x^2}{8} = 766,8$ daNm (pour chaque travée)			
<ul style="list-style-type: none"> Coefficients: $\alpha = \frac{Q_B}{G + Q_B} = 0,467$ $1 + 0,3\alpha = 1,14 > 1,05$ $\frac{1 + 0,3\alpha}{2} = 0,57$ $\frac{1,2 + 0,3\alpha}{2} = 0,67$ 	Moments sur appuis (daNm)			
		$M_A = 115$ $M_B = 383,4$ $M_C = 306,7$		
	Conditions à respecter en travée	Travée AB	Travée BC	
		$M_{t1} + \frac{M_A + M_B}{2} \geq 1,14 M_{01}$ $M_{t1} \geq \frac{1,2 + 0,3\alpha}{2} M_{01}$	$M_{t2} + \frac{M_B + M_C}{2} \geq 1,14 M_{02}$ $M_{t2} \geq \frac{1 + 0,3\alpha}{2} M_{02}$	
Moment ultime	M_t (daNm)	$M_{t1} = 624,9$	$M_{t2} = 529,1$	
Effort tranchant	V_u (daN)	+ 1 166	- 1 390	+ 1 310 - 1 246

4.3.3 Section d'armatures (par mètre)

Utilisation de TS
($f_c = 500$ MPa)

(*) Exceptée pour la valeur $A_x/4 = 0,52$ cm² du tableau (< 1,28 cm²), toutes les valeurs indiquées pour A_x et $A_y = A_x/4$ sont conformes aux minima exigés.

Travée	Section	M_t (MNm)	b (cm)	d (cm)	μ_{bal}	Pivot	β_u	A_x^* (cm ²)	$A_x/4$
f (rive)	Appui A	0,0115	↑	↑	0,048 0	A	0,975 4	2,09	0,52
	Centre	0,062 49			0,260 9	B	0,845 8	13,07	3,27
g	Appui B	0,038 34	100	↓	0,160 1	A	0,911 2	7,44	1,86
	Centre	0,052 91			0,220 9	B	0,873 6	10,72	2,68
	Appui C	0,030 67			0,128 1	A	0,931 2	5,83	1,46

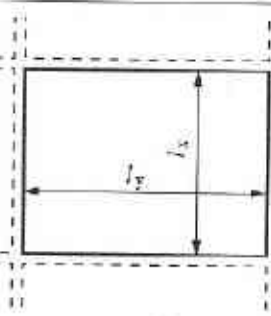
Pour un choix $\varnothing > 6$ mm: TS lisses
 $\rho_0 = 0,8 \text{ ‰}$; $\rho_x \geq 1,06 \text{ ‰}$; $A_x \geq 1,70$ cm²
 $(h = 16$ cm); $\rho_y \geq 0,8 \text{ ‰}$; $A_y \geq 1,28$ cm²

4.3.4 Contrôle de la section d'appui B (travée f)

$$\tau_u = 0,11 \text{ MPa} < \overline{\tau}_u = 0,07 \times \frac{25}{1,5} = 1,17 \text{ MPa}$$

4.4 Panneaux de hourdis calculés suivant 2 sens ($0,4 \leq l_x/l_y < 1$)

4.4.1 Application de la méthode de l'annexe E3

Notations	Conditions - Calcul de M_0
 <p>p: charge uniformément répartie par unité d'aire</p>	$0,4 \leq \frac{l_x}{l_y} < 1$ <ul style="list-style-type: none"> • Calcul suivant x et y • Lecture de μ_x et μ_y en fonction de l_x/l_y dans le tableau ci-contre supposant des contours articulés
Moment isostatique M_0 au centre suivant x et y	$M_{0x} = \mu_x p l_x^2$ $M_{0y} = \mu_y M_{0x}$

$\frac{l_x}{l_y}$	$\nu = 0$ (*)	
	$\mu_x = \frac{M_x}{p l_x^2}$	$\mu_y = \frac{M_y}{M_x}$
0,40	0,110	
0,45	0,102	
0,50	0,088	
0,60	0,081	0,305(**)
0,65	0,0745	0,369
0,70	0,068	0,436
0,75	0,062	0,509
0,80	0,056	0,595
0,85	0,051	0,685
0,90	0,046	0,778
0,95	0,041	0,887
1,00	0,037	1,000

(*) Il est rappelé que, sauf cas particulier, le coefficient de Poisson du béton est pris égal à 0 (zéro) pour le calcul des sollicitations et à 0,2 pour le calcul des déformations (article A.2.1.3).

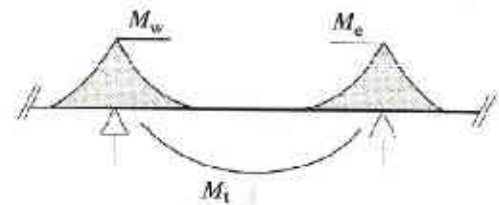
(**) Les valeurs de μ_y inférieures à 0,25 (correspondant à $\alpha \leq 0,557$) ne sont pas à prendre en considération, en application de l'article A.8.2.41.

4.4.2 Évaluation des moments (M_w , M_e et M_t)

Les moments sur appuis M_a (M_w et M_e) suivant x ou y et les moments en travée M_t sont choisis en fonction de M_0 suivant chaque sens, dans le respect des inégalités suivantes :

$$M_t + \frac{M_w + M_e}{2} \geq 1,25 M_0$$

(dans chaque sens x et y)



Travée intermédiaire		Travée de rive
$M_t \geq 0,75 M_0$ \downarrow $M_a \geq 0,5 M_{0x}$	ou $M_t \geq 0,85 M_0$ \downarrow $M_e \geq 0,4 M_{0x}$	$M_a \geq 0,15 M_{0x}$ à $0,3 M_{0x}$

Remarque: les moments d'encastrement M_{ax} sont sensiblement égaux à M_{ax} (A.8.2.32).

4.4.3 Armatures et prescriptions réglementaires

Les armatures sont évaluées dans le sens x et y suivant M_x et M_y .
Se reporter au paragraphe 4.2 pour les prescriptions réglementaires.

4.5 Application : calcul de la dalle de plancher D₁

4.5.1 Situation - Méthode de calcul

Situation	Méthode de calcul
<ul style="list-style-type: none"> Fissuration peu préjudiciable Rapport des côtés $\frac{l_x}{l_y} = \frac{6,70}{7,60} = 0,882$ Chargement uniformément répartie sur dalle d'épaisseur 20 cm 	<ul style="list-style-type: none"> Calcul E.L.U.R. Calcul dans les 2 sens suivant l'annexe E3

4.5.2 Moments agissant (par bande de largeur unitaire dans chaque sens)

M_0 iso- statique	<ul style="list-style-type: none"> Lecture tableau annexe E3 $\begin{cases} \mu_x = 0,0478 \\ \mu_y = 0,745 \end{cases}$ $g = 500 \text{ daN/m}^2$ $q = 350 \text{ daN/m}^2$ $p_0 = 1200 \text{ daN/m}$ $M_{0x} = \mu_x p l_x^2 = 2574,9 \text{ daNm}$ $M_{0y} = \mu_y M_{0x} = 1918,3 \text{ daNm}$ 	
M_a	Sens x (daNm)	Sens y (daNm)
	$M_{wx} = 0,3 M_{0x} = 772,5$ $M_{cx} = 0,5 M_{0x} = 1287,5$	$M_{wy} = 0,3 M_{0y} = 575,5$ $M_{cy} = 0,3 M_{0y} = 575,5$
Condition	$M_t + \frac{M_w + M_c}{2} = 1,25 M_0$	
M_t	$M_{tx} = 0,85 M_{0x} = 2188,7$	$M_{ty} = 0,95 M_{0y} = 1822,4$

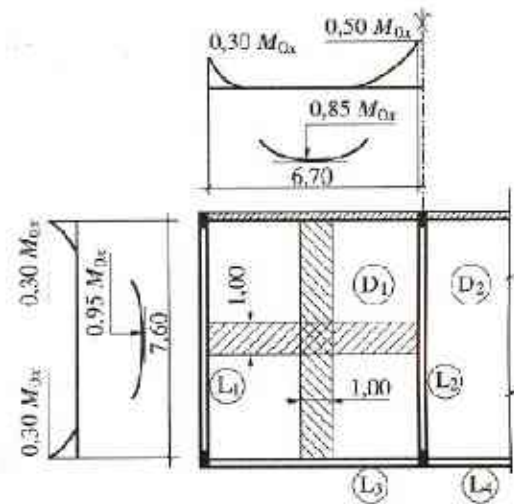


Fig. 8 Moments de flexion en travée et sur appuis.

4.5.3 Sections d'armatures (p.m. à l'E.L.U.R.)

Utilisation de TS ($f_c = 500 \text{ MPa}$)

Sens	Section	M_u (MNm)	b (cm)	d (cm)	μ_{bu}	β_u	A_{calc} (cm ²)	A_{min}
suivant x	Appui de rive	0,007 725	100	17	0,018 86	0,990 5	1,06	1,7
	Travée	0,021 887			0,053 45	0,972 5	3,05	1,7
	Appui inter.	0,012 875			0,031 44	0,984 0	1,77	1,7
suivant y	Appuis (w ou e)	0,007 725	100	16	0,021 30	0,989 2	1,12	1,6
	Travée	0,018 224			0,050 24	0,974 2	2,69	1,6

Faire choix des armatures dans le tableau de TS en respectant les conditions constructives du paragraphe 4.2 et calculer les arrêts de barres.

4.5.4 Vérification de la contrainte de cisaillement

$$V_u \text{ est maximal le long de } l_y; \quad V_{u \max} = \frac{p_u l_x l_y}{2 l_y + l_x} = \frac{0,012 \times 6,7 \times 76}{2 \times 6,7 + 7,6} = 0,028 \text{ MN}$$

$$\tau_u = \frac{V_u}{b d} = \frac{0,028}{1 \times 0,16} = 0,175 \text{ MPa} < \bar{\tau}_u = 1,17 \text{ MPa}$$

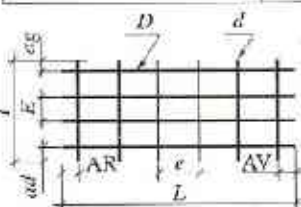
Caractéristiques des aciers

Caractéristiques des barres pour béton armé section en cm²

Diamètre nominal (mm)	Nombre de barres									Masse (kg/m)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
5	0.20	0.39	0.59	0.79	0.98	1.18	1.37	1.57	1.77	0.154
6	0.28	0.57	0.85	1.13	1.41	1.70	1.98	2.26	2.54	0.222
8	0.50	1.01	1.51	2.01	2.51	3.02	3.52	4.02	4.52	0.395
10	0.79	1.57	2.36	3.14	3.93	4.71	5.50	6.28	7.07	0.617
12	1.13	2.26	3.39	4.52	5.65	6.79	7.92	9.05	10.18	0.888
14	1.54	3.08	4.62	6.16	7.70	9.24	10.78	12.32	13.85	1.208
16	2.01	4.02	6.03	8.04	10.05	12.06	14.07	16.08	18.10	1.578
20	3.14	6.28	9.42	12.57	15.71	18.85	21.99	25.13	28.27	2.466
25	4.91	9.82	14.73	19.63	24.54	29.45	34.36	39.27	44.18	3.853
32	8.04	16.08	24.13	32.17	40.21	48.25	56.30	64.34	72.38	6.313
40	12.57	25.13	37.70	50.27	62.83	75.40	87.96	100.53	113.10	9.865

Caractéristiques des treillis soudés standards (extraits Doc. ADETS)

Types et caractéristiques	Désignation ADETS	Sect. S (cm ² /m)	S s (cm ² /m)	E e (mm)	D d (mm)	Nbre de fils N n	Longueur largeur L l (m)	Rouleaux	Panneaux	Masse nominale (kg/m ²)	Masse l rouleau ou l panneau (kg)
TSL $\psi_s = 1$ $\eta = 1$ $f_c = 500 \text{ MPa}$ $\sigma_R = 550 \text{ MPa}$ $e_R = 8 \%$ TSHA $\psi_s = 1.5$ $\eta = 1.3, \varnothing < 6$ $\eta = 1.6, \varnothing \geq 6$	R901	0,48	0,48 0,32	200 300	3,5 3,5	12 167	50,00 2,40	•		0,625	75,06
	R902	0,64	0,64 0,32	150 300	3,5 3,5	16 167	50,00 2,40	•		0,750	90,06
	R903	0,64	0,64 0,64	150 150	3,5 3,5	16 334	50,00 2,40	•		1,000	120,12
	P903	0,64	0,64 0,64	150 150	3,5 3,5	16 32	4,80 2,40		•	1,000	11,52
	P100	1,06	1,06 1,06	150 150	4,5 4,5	16 32	4,80 2,40		•	1,657	19,20
	P200	1,31	1,31 1,19	150 200	5,5 5,5	16 24	4,80 2,40		•	1,952	22,60
	P300	1,58	1,58 1,19	150 200	5,5 5,5	16 24	4,80 2,40		•	2,182	25,14
	P400	1,96	1,96 1,19	100 200	5,5 5,5	24 24	4,80 2,40		•	2,475	28,51
	P500	2,83	2,83 1,19	100 200	6 5,5	24 30	6,00 2,40		•	3,155	45,43
	P600	3,85	3,85 1,28	100 300	7 7	24 20	6,00 2,40		•	4,027	57,98
	P700	5,03	5,03 1,70	100 300	8 8	24 20	6,00 2,40		•	5,267	75,84
	P800	6,36	6,36 2,12	100 300	9 9	24 20	6,00 2,40		•	6,653	95,81



Largeur standard $l = 2,40 \text{ m}$

- L : longueur du panneau
- l : largeur unique (2,40m)
- D : diamètre fil le plus long
- d : diamètre fil le plus court
- E : espacement fil le plus long
- e : espacement fil le plus court

Contraintes limites des matériaux à l'E.L.S.

Tableaux des contraintes limites $\bar{\sigma}_{bc}$ et $\bar{\sigma}_{st}$ à l'E.L.S.

Tableau 1: contrainte limite de compression du béton

f_{cj}	18	20	22	25	27	30	35	40
f_{tj}	1,68	1,80	1,92	2,10	2,22	2,40	2,70	3,0
$\bar{\sigma}_{bc}$ (MPa)	10,8	12,0	13,2	15,0	16,2	18,0	21,0	24,0

$f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj}$
 $\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{cj}$

Tableau 2: contrainte limite d'ouverture des fissures

		$\bar{\sigma}_{st}$ (MPa)																		
Fissuration		peu préjud.	préjudiciable									très préjudiciable								
Limites réglementaires		f_c	$\inf \left(2/3 f_c ; 110 \sqrt{\eta f_{tj}} \right)$									$\inf \left(0,5 f_c ; 90 \sqrt{\eta f_{tj}} \right)$								
Résistances caractéristiques du béton			f_{cj} (MPa)									f_{cj} (MPa)								
Type d'aciers	η	Classe	18	20	22	25	27	30	35	40	18	20	22	25	27	30	35	40		
Aciers en barres	Ronds lisses	1	Fe E 215	143							143	108							108	
			Fe E 235	143	148	152	157				157	117	118							118
	Barres et fils HA	1,6	Fe E 400																	
			TE 400 E 500 TE 500	180	187	193	202	207	216	229	241	148	153	158	165	170	176	187	197	
Treillis* soudés ($\varnothing \geq 6$ mm)	Treillis lisses	1	TSL 500	143	148	152	159	164	170	181	191	117	121	125	130	134	139	148	156	
	Treillis soudés HA	1,6	TSHA 500	180	187	193	202	207	216	229	241	148	153	158	165	170	176	187	197	

(*) Dans le cas de treillis soudés avec $\varnothing < 6$ mm, prendre $\eta = 1,3$.

Annexe 3

Moments critiques réduits

Cas de fissuration peu préjudiciable

Aciers HA de nuance Fe E 400

Rapport γ	Résistances caractéristiques du béton f_c (MPa)									
	18	20	22	25	27	30	32	35	37	40
1.35	.2420	.2554	.2675	.2835	.2930	.3057	.3132	.3235	.3297	.3382
1.36	.2449	.2584	.2706	.2867	.2963	.3091	.3167	.3271	.3333	.3418
1.37	.2479	.2615	.2738	.2900	.2996	.3125	.3202	.3306	.3369	.3454
1.38	.2508	.2646	.2770	.2933	.3030	.3159	.3236	.3341	.3404	.3491
1.39	.2538	.2677	.2801	.2966	.3063	.3194	.3271	.3377	.3440	.3527
1.40	.2568	.2708	.2833	.2999	.3098	.3229	.3307	.3413	.3477	.3563
1.41	.2598	.2739	.2865	.3033	.3131	.3264	.3342	.3449	.3513	.3601
1.42	.2628	.2770	.2897	.3066	.3166	.3299	.3378	.3485	.3550	.3638
1.43	.2658	.2802	.2930	.3100	.3200	.3334	.3414	.3521	.3586	.3674
1.44	.2688	.2833	.2963	.3134	.3234	.3369	.3449	.3558	.3623	.3712
1.45	.2719	.2865	.2995	.3167	.3269	.3404	.3485	.3594	.3660	.3749
1.46	.2750	.2896	.3028	.3202	.3304	.3440	.3521	.3631	.3697	.3787
1.47	.2781	.2929	.3061	.3236	.3339	.3476	.3558	.3668	.3734	.3824
1.48	.2812	.2961	.3094	.3271	.3374	.3512	.3594	.3705	.3771	.3862
1.49	.2843	.2993	.3128	.3305	.3409	.3548	.3631	.3742	.3810	.3900
1.50	.2874	.3025	.3161	.3340	.3444	.3584	.3668	.3780	.3847	.3938

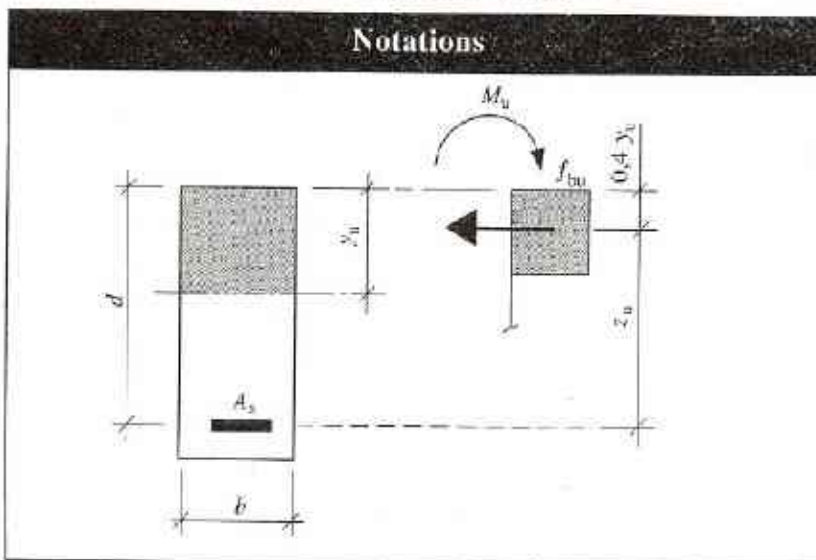
Aciers HA de nuance Fe E 500

Rapport γ	Résistances caractéristiques du béton f_c (MPa)									
	18	20	22	25	27	30	32	35	37	40
1.35	.2138	.2271	.2392	.2554	.2652	.2784	.2864	.2974	.3041	.3132
1.36	.2165	.2299	.2421	.2584	.2683	.2816	.2897	.3007	.3074	.3167
1.37	.2191	.2327	.2450	.2615	.2714	.2849	.2930	.3041	.3108	.3202
1.38	.2219	.2355	.2479	.2646	.2746	.2881	.2963	.3075	.3143	.3236
1.39	.2246	.2383	.2509	.2677	.2777	.2914	.2996	.3109	.3178	.3271
1.40	.2273	.2412	.2538	.2708	.2809	.2947	.3030	.3143	.3212	.3307
1.41	.2300	.2440	.2568	.2739	.2841	.2979	.3063	.3178	.3247	.3342
1.42	.2328	.2469	.2598	.2770	.2873	.3013	.3097	.3212	.3282	.3378
1.43	.2355	.2498	.2627	.2802	.2905	.3046	.3131	.3247	.3317	.3414
1.44	.2383	.2527	.2658	.2833	.2938	.3079	.3165	.3281	.3352	.3449
1.45	.2411	.2556	.2688	.2865	.2970	.3113	.3199	.3316	.3388	.3485
1.46	.2439	.2585	.2718	.2896	.3003	.3146	.3233	.3352	.3423	.3521
1.47	.2467	.2615	.2749	.2929	.3036	.3181	.3268	.3387	.3459	.3558
1.48	.2495	.2645	.2780	.2961	.3069	.3215	.3302	.3422	.3495	.3594
1.49	.2523	.2674	.2811	.2993	.3102	.3249	.3337	.3458	.3530	.3631
1.50	.2552	.2704	.2842	.3025	.3135	.3283	.3372	.3493	.3567	.3668

4

Tableaux de calcul à l'E.L.U.R.

- Flexion simple – Section rectangulaire
- Aciers naturels: f_e E 400 → ①
 f_e E 500 → ②
- Béton: diagramme rectangulaire simplifié



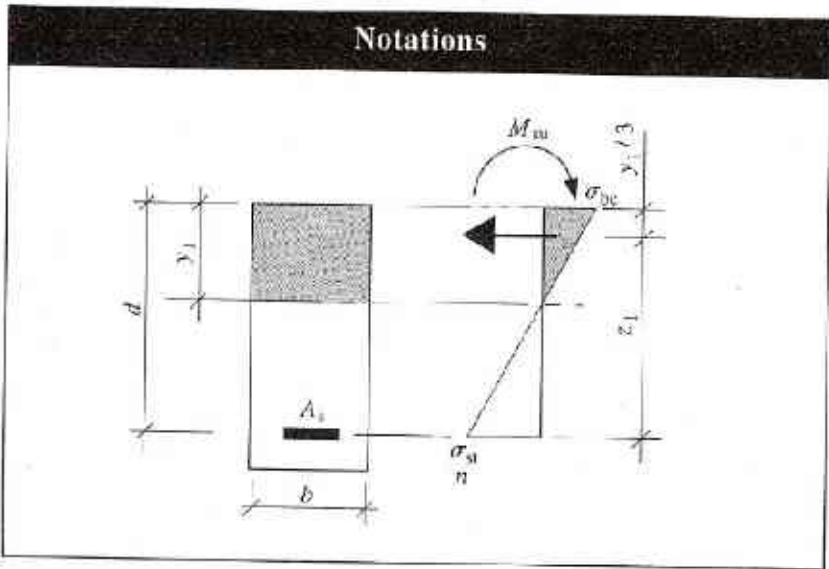
Contraintes de calcul	Paramètres
Béton	$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b d^2 f_{bu}}$ $\alpha_u = \frac{y_u}{d}$ $\beta_u = \frac{z_u}{d}$
$f_{tu} = \frac{0,85 f_{cj}}{\gamma_b}$ $\gamma_b = 1,5$	
Acier	$\epsilon_{st} : \text{allongement armature } A_s$ $p_u : \text{pourcentage mécanique}$ $p_u = \frac{A_s f_{su}}{b d f_{bu}}$
$f_{su} = \frac{f_s}{\gamma_s}$ $\gamma_s = 1,15$	

μ_{bu}	α_u	β_u	ϵ_{st}	p_u	
				①	②
0.000	0.000	1.0000	10.000	0.000	0.000
0.002	0.003	0.9990	10.000	0.002	0.002
0.004	0.005	0.9980	10.000	0.004	0.004
0.006	0.008	0.9970	10.000	0.006	0.006
0.008	0.010	0.9960	10.000	0.008	0.008
0.010	0.013	0.9950	10.000	0.010	0.010
0.012	0.015	0.9940	10.000	0.012	0.012
0.014	0.018	0.9930	10.000	0.014	0.014
0.016	0.020	0.9919	10.000	0.016	0.016
0.018	0.023	0.9909	10.000	0.018	0.018
0.020	0.025	0.9899	10.000	0.020	0.020
0.022	0.028	0.9889	10.000	0.022	0.022
0.024	0.030	0.9879	10.000	0.024	0.024
0.026	0.033	0.9868	10.000	0.026	0.026
0.028	0.036	0.9858	10.000	0.028	0.028
0.030	0.038	0.9848	10.000	0.030	0.030
0.032	0.041	0.9837	10.000	0.032	0.032
0.034	0.043	0.9827	10.000	0.034	0.034
0.036	0.046	0.9817	10.000	0.036	0.036
0.038	0.048	0.9806	10.000	0.038	0.038
0.040	0.051	0.9796	10.000	0.041	0.041
0.042	0.054	0.9785	10.000	0.043	0.043
0.044	0.056	0.9775	10.000	0.045	0.045
0.046	0.059	0.9764	10.000	0.047	0.047
0.048	0.062	0.9754	10.000	0.049	0.049
0.050	0.064	0.9743	10.000	0.051	0.051
0.052	0.067	0.9733	10.000	0.053	0.053
0.054	0.069	0.9722	10.000	0.056	0.056
0.056	0.072	0.9712	10.000	0.058	0.058
0.058	0.075	0.9701	10.000	0.060	0.060
0.060	0.077	0.9690	10.000	0.062	0.062
0.062	0.080	0.9680	10.000	0.064	0.064
0.064	0.083	0.9669	10.000	0.066	0.066
0.066	0.085	0.9658	10.000	0.068	0.068
0.068	0.088	0.9648	10.000	0.070	0.070
0.070	0.091	0.9637	10.000	0.073	0.073
0.072	0.093	0.9626	10.000	0.075	0.075
0.074	0.096	0.9615	10.000	0.077	0.077
0.076	0.099	0.9604	10.000	0.079	0.079
0.078	0.102	0.9593	10.000	0.081	0.081
0.080	0.104	0.9583	10.000	0.083	0.083
0.082	0.107	0.9572	10.000	0.086	0.086
0.084	0.110	0.9561	10.000	0.088	0.088
0.086	0.113	0.9550	10.000	0.090	0.090
0.088	0.115	0.9539	10.000	0.092	0.092
0.090	0.118	0.9528	10.000	0.094	0.094
0.092	0.121	0.9517	10.000	0.097	0.097
0.094	0.124	0.9506	10.000	0.099	0.099
0.096	0.126	0.9494	10.000	0.101	0.101
0.098	0.129	0.9483	10.000	0.103	0.103

μ_{nu}	α_u	β_u	ϵ_{st}	P_u		μ_{nu}	α_u	β_u	ϵ_{st}	P_u		μ_{nu}	α_u	β_u	ϵ_{st}	P_u	
				①	②					①	②					①	②
0.100	0.132	0.9472	10.000	0.106	0.106	0.200	0.282	0.8873	8.922	0.225	0.225	0.300	0.459	0.8162	4.118	0.268	0.268
0.102	0.135	0.9461	10.000	0.108	0.108	0.202	0.285	0.8860	8.781	0.228	0.228	0.302	0.463	0.8146	4.053	0.271	0.271
0.104	0.138	0.9450	10.000	0.110	0.110	0.204	0.288	0.8847	8.643	0.231	0.231	0.304	0.467	0.8130	3.985	0.274	0.274
0.106	0.140	0.9438	10.000	0.112	0.112	0.206	0.291	0.8834	8.507	0.233	0.233	0.306	0.471	0.8114	3.925	0.277	0.277
0.108	0.143	0.9427	10.000	0.115	0.115	0.208	0.295	0.8821	8.374	0.236	0.236	0.308	0.475	0.8098	3.862	0.280	0.280
0.110	0.146	0.9416	10.000	0.117	0.117	0.210	0.298	0.8808	8.244	0.238	0.238	0.310	0.477	0.8082	3.800	0.284	0.284
0.112	0.149	0.9405	10.000	0.119	0.119	0.212	0.301	0.8795	8.116	0.241	0.241	0.312	0.484	0.8066	3.739	0.287	0.287
0.114	0.152	0.9393	10.000	0.121	0.121	0.214	0.305	0.8782	7.990	0.244	0.244	0.314	0.488	0.8050	3.678	0.290	0.290
0.116	0.155	0.9382	10.000	0.124	0.124	0.216	0.308	0.8768	7.866	0.246	0.246	0.316	0.492	0.8033	3.618	0.293	0.293
0.118	0.157	0.9370	10.000	0.126	0.126	0.218	0.311	0.8755	7.745	0.249	0.249	0.318	0.496	0.8017	3.558	0.297	0.297
0.120	0.160	0.9357	10.000	0.128	0.128	0.220	0.315	0.8742	7.626	0.252	0.252	0.320	0.500	0.8000	3.500	0.400	0.400
0.122	0.163	0.9347	10.000	0.131	0.131	0.222	0.318	0.8728	7.509	0.254	0.254	0.322	0.504	0.7983	3.442	0.403	0.403
0.124	0.165	0.9336	10.000	0.133	0.133	0.224	0.321	0.8715	7.394	0.257	0.257	0.324	0.508	0.7966	3.385	0.407	0.407
0.126	0.167	0.9324	10.000	0.135	0.135	0.226	0.325	0.8701	7.280	0.260	0.260	0.326	0.513	0.7950	3.328	0.410	0.410
0.128	0.172	0.9313	10.000	0.137	0.137	0.228	0.328	0.8688	7.169	0.262	0.262	0.328	0.517	0.7933	3.272	0.413	0.413
0.130	0.175	0.9301	10.000	0.140	0.140	0.230	0.331	0.8674	7.060	0.265	0.265	0.330	0.521	0.7918	3.216	0.417	0.417
0.132	0.178	0.9290	10.000	0.142	0.142	0.232	0.335	0.8661	6.952	0.268	0.268	0.332	0.525	0.7898	3.161	0.420	0.420
0.134	0.181	0.9278	10.000	0.144	0.144	0.234	0.338	0.8647	6.847	0.271	0.271	0.334	0.530	0.7881	3.107	0.424	0.424
0.136	0.183	0.9266	10.000	0.147	0.147	0.236	0.342	0.8633	6.743	0.273	0.273	0.336	0.534	0.7864	3.053	0.427	0.427
0.138	0.186	0.9254	10.000	0.149	0.149	0.238	0.345	0.8619	6.640	0.276	0.276	0.338	0.538	0.7846	3.000	0.431	0.431
0.140	0.187	0.9243	10.000	0.151	0.151	0.240	0.349	0.8606	6.540	0.279	0.279	0.340	0.543	0.7828	2.947	0.434	0.434
0.142	0.192	0.9231	10.000	0.154	0.154	0.242	0.352	0.8592	6.441	0.282	0.282	0.342	0.547	0.7811	2.895	0.438	0.438
0.144	0.195	0.9219	10.000	0.156	0.156	0.244	0.356	0.8578	6.343	0.284	0.284	0.344	0.552	0.7793	2.843	0.441	0.441
0.146	0.198	0.9207	10.000	0.159	0.159	0.246	0.359	0.8564	6.247	0.287	0.287	0.346	0.556	0.7775	2.792	0.445	0.445
0.148	0.201	0.9195	10.000	0.161	0.161	0.248	0.363	0.8550	6.153	0.290	0.290	0.348	0.561	0.7757	2.741	0.449	0.449
0.150	0.204	0.9183	10.000	0.163	0.163	0.250	0.366	0.8536	6.060	0.293	0.293	0.350	0.565	0.7739	2.691	0.452	0.452
0.152	0.207	0.9171	10.000	0.166	0.166	0.252	0.370	0.8521	5.968	0.296	0.296	0.352	0.570	0.7720	2.641	0.456	0.456
0.154	0.210	0.9159	10.000	0.168	0.168	0.254	0.373	0.8507	5.878	0.299	0.299	0.354	0.575	0.7702	2.592	0.460	0.460
0.156	0.213	0.9147	10.000	0.171	0.171	0.256	0.377	0.8493	5.789	0.301	0.301	0.356	0.579	0.7683	2.543	0.463	0.463
0.158	0.216	0.9135	10.000	0.173	0.173	0.258	0.380	0.8479	5.701	0.304	0.304	0.358	0.584	0.7665	2.495	0.467	0.467
0.160	0.219	0.9123	10.000	0.175	0.175	0.260	0.384	0.8464	5.615	0.307	0.307	0.360	0.589	0.7646	2.447	0.471	0.471
0.162	0.222	0.9111	10.000	0.178	0.178	0.262	0.388	0.8450	5.530	0.310	0.310	0.362	0.593	0.7627	2.399	0.475	0.475
0.164	0.225	0.9099	10.000	0.180	0.180	0.264	0.391	0.8435	5.446	0.313	0.313	0.364	0.598	0.7608	2.352	0.478	0.478
0.166	0.228	0.9087	10.000	0.183	0.183	0.266	0.395	0.8421	5.364	0.316	0.316	0.366	0.603	0.7588	2.305	0.482	0.482
0.168	0.231	0.9074	10.000	0.185	0.185	0.268	0.399	0.8406	5.282	0.319	0.319	0.368	0.608	0.7569	2.259	0.486	0.486
0.170	0.234	0.9062	10.000	0.188	0.188	0.270	0.402	0.8391	5.202	0.322	0.322	0.370	0.613	0.7550	2.213	0.490	0.490
0.172	0.238	0.9050	10.000	0.190	0.190	0.272	0.406	0.8375	5.123	0.325	0.325	0.372	0.618	0.7530	2.168	0.494	0.494
0.174	0.241	0.9037	10.000	0.193	0.193	0.274	0.410	0.8362	5.045	0.328	0.328	0.374	0.623	0.7510	2.122	0.498	0.498
0.176	0.244	0.9025	10.000	0.195	0.195	0.276	0.413	0.8347	4.968	0.331	0.331	0.376	0.628	0.7490	2.078	0.502	0.502
0.178	0.247	0.9012	10.000	0.198	0.198	0.278	0.417	0.8332	4.892	0.334	0.334	0.378	0.633	0.7470	2.033	0.506	0.506
0.180	0.250	0.9000	10.000	0.200	0.200	0.280	0.421	0.8317	4.817	0.337	0.337	0.380	0.638	0.7449	1.989	0.510	0.510
0.182	0.253	0.8987	10.000	0.203	0.203	0.282	0.425	0.8302	4.743	0.340	0.340	0.382	0.643	0.7429	1.945	0.514	0.514
0.184	0.256	0.8975	10.000	0.205	0.205	0.284	0.428	0.8286	4.670	0.343	0.343	0.384	0.648	0.7408	1.902	0.518	0.518
0.186	0.259	0.8962	9.992	0.208	0.208	0.286	0.432	0.8271	4.598	0.346	0.346	0.386	0.653	0.7387	1.859	0.523	0.523
0.188	0.263	0.8950	9.829	0.210	0.210	0.288	0.436	0.8256	4.526	0.349	0.349	0.388	0.658	0.7366	1.816	0.527	0.527
0.190	0.266	0.8937	9.670	0.213	0.213	0.290	0.440	0.8240	4.456	0.352	0.352	0.390	0.664	0.7345	1.773	0.531	0.531
0.192	0.269	0.8924	9.515	0.215	0.215	0.292	0.444	0.8225	4.387	0.355	0.355	0.392	0.669	0.7324	1.731	0.535	0.535
0.194	0.272	0.8912	9.362	0.218	0.218	0.294	0.448	0.8209	4.318	0.358	0.358	0.394	0.674	0.7302	1.689	0.539	0.539
0.196	0.275	0.8899	9.212	0.220	0.220	0.296	0.452	0.8194	4.251	0.361	0.361	0.396	0.680	0.7280	1.648	0.574	0.574
0.198	0.279	0.8886	9.066	0.223	0.223	0.298	0.455	0.8178	4.184	0.364	0.364	0.398	0.685	0.7258	1.606	0.594	0.594
0.400	0.691	0.7236	1.355	0.614	0.768	0.420	0.730	0.7000	1.157	0.894	1.118	0.440	0.817	0.6732	0.784	1.450	1.812
0.460	0.895	0.5414	0.404	3.085	3.856	0.480	1.000	0.6000	0.000	0.000	0.600						

Tableaux de calcul à l'E.L.S.

- Flexion simple – Section rectangulaire
 - Aciers
 - Béton
- } domaine élastique $n = 15$



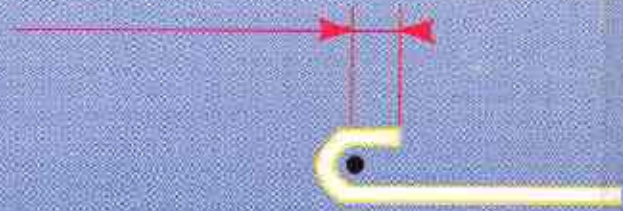
Contraintes de calcul	Paramètres
Béton σ_{bc} Limite réglementaire $\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{cj}$	$\mu_s = \frac{M_{set}}{b d^2 \sigma_{st}}$ $K = \frac{\sigma_{st}}{\sigma_{bc}}$
Acier σ_{st} Limite réglementaire $\bar{\sigma}_{st}$ (cf. BAEL)	$\mu_b = \frac{M_{set}}{b d^2 \sigma_{bc}}$ $\alpha_1 = \frac{y_1}{d}$ $\beta_1 = \frac{z_1}{d}$ $\rho = \frac{A_s}{b d}$



μ_s	K	μ_b	α_1	β_1	100ρ
0.0000	6.66	0.0000	0.000	1.0000	0.000
0.0002	183.63	0.0368	0.075	0.9749	0.021
0.0004	127.22	0.0509	0.105	0.9649	0.041
0.0006	102.14	0.0613	0.128	0.9573	0.063
0.0008	87.23	0.0698	0.147	0.9511	0.084
0.0010	77.04	0.0771	0.163	0.9457	0.106
0.0012	69.57	0.0834	0.177	0.9409	0.127
0.0014	63.72	0.0892	0.191	0.9365	0.150
0.0016	59.02	0.0945	0.203	0.9325	0.172
0.0018	55.16	0.0993	0.214	0.9287	0.194
0.0020	51.89	0.1037	0.224	0.9253	0.216
0.0022	49.07	0.1077	0.234	0.9220	0.239
0.0024	46.61	0.1119	0.243	0.9188	0.261
0.0026	44.45	0.1153	0.252	0.9159	0.284
0.0028	42.53	0.1190	0.261	0.9131	0.307
0.0030	40.79	0.1224	0.269	0.9104	0.330
0.0032	39.23	0.1256	0.277	0.9078	0.353
0.0034	37.82	0.1286	0.284	0.9053	0.375
0.0036	36.51	0.1315	0.291	0.9029	0.399
0.0038	35.32	0.1342	0.298	0.9006	0.422
0.0040	34.22	0.1369	0.305	0.8984	0.445
0.0042	33.21	0.1394	0.311	0.8963	0.469
0.0044	32.25	0.1419	0.317	0.8942	0.492
0.0046	31.37	0.1443	0.323	0.8922	0.516
0.0048	30.54	0.1466	0.329	0.8902	0.539
0.0050	29.77	0.1488	0.335	0.8883	0.563
0.0052	29.04	0.1510	0.341	0.8865	0.587
0.0054	28.34	0.1531	0.346	0.8846	0.610
0.0056	27.70	0.1551	0.351	0.8829	0.634
0.0058	27.08	0.1571	0.356	0.8812	0.658
0.0060	26.49	0.1590	0.362	0.8795	0.682
0.0062	25.94	0.1608	0.366	0.8779	0.706
0.0064	25.41	0.1626	0.371	0.8763	0.730
0.0066	24.91	0.1644	0.376	0.8747	0.754
0.0068	24.43	0.1661	0.380	0.8732	0.779
0.0070	23.97	0.1678	0.385	0.8717	0.803
0.0072	23.53	0.1694	0.389	0.8702	0.827
0.0074	23.11	0.1710	0.394	0.8688	0.852
0.0076	22.70	0.1725	0.398	0.8674	0.876
0.0078	22.32	0.1741	0.402	0.8660	0.901
0.0080	21.94	0.1755	0.406	0.8647	0.925
0.0082	21.58	0.1770	0.410	0.8633	0.950
0.0084	21.24	0.1784	0.414	0.8620	0.975
0.0086	20.91	0.1798	0.418	0.8607	0.999
0.0088	20.59	0.1811	0.422	0.8595	1.024
0.0090	20.27	0.1825	0.425	0.8583	1.049
0.0092	19.98	0.1838	0.429	0.8570	1.073
0.0094	19.69	0.1851	0.432	0.8559	1.098
0.0096	19.41	0.1863	0.436	0.8547	1.123
0.0098	19.14	0.1875	0.439	0.8535	1.148

μ_s	K	μ_b	α_1	β_1	100p	μ_s	K	μ_b	α_1	β_1	100p	μ_s	K	μ_b	α_1	β_1	100p
0.0100	18.87	0.1887	0.443	0.8524	1.173	0.0200	11.49	0.2297	0.566	0.8112	2.465	0.0300	8.40	0.2520	0.641	0.7863	3.815
0.0102	18.62	0.1899	0.445	0.8513	1.199	0.0202	11.40	0.2303	0.568	0.8106	2.492	0.0302	8.36	0.2524	0.642	0.7859	3.842
0.0104	18.37	0.1911	0.449	0.8502	1.223	0.0204	11.32	0.2308	0.570	0.8100	2.518	0.0304	8.31	0.2527	0.643	0.7855	3.870
0.0106	18.13	0.1922	0.453	0.8491	1.248	0.0206	11.23	0.2314	0.572	0.8094	2.545	0.0306	8.27	0.2531	0.645	0.7851	3.897
0.0108	17.90	0.1933	0.456	0.8480	1.274	0.0208	11.15	0.2320	0.574	0.8088	2.572	0.0308	8.23	0.2534	0.646	0.7847	3.925
0.0110	17.67	0.1944	0.459	0.8470	1.299	0.0210	11.07	0.2325	0.575	0.8082	2.598	0.0310	8.18	0.2537	0.647	0.7843	3.952
0.0112	17.45	0.1955	0.462	0.8459	1.324	0.0212	10.99	0.2330	0.577	0.8076	2.625	0.0312	8.14	0.2541	0.648	0.7840	3.980
0.0114	17.24	0.1965	0.465	0.8449	1.349	0.0214	10.91	0.2336	0.579	0.8071	2.652	0.0314	8.10	0.2544	0.649	0.7836	4.007
0.0116	17.03	0.1976	0.468	0.8439	1.375	0.0216	10.84	0.2341	0.581	0.8065	2.678	0.0316	8.06	0.2547	0.650	0.7832	4.035
0.0118	16.83	0.1986	0.471	0.8429	1.400	0.0218	10.76	0.2346	0.582	0.8059	2.705	0.0318	8.02	0.2550	0.652	0.7828	4.062
0.0120	16.63	0.1996	0.474	0.8419	1.425	0.0220	10.69	0.2351	0.584	0.8054	2.732	0.0320	7.98	0.2554	0.653	0.7824	4.090
0.0122	16.44	0.2006	0.477	0.8410	1.451	0.0222	10.61	0.2356	0.586	0.8048	2.758	0.0322	7.94	0.2557	0.654	0.7820	4.117
0.0124	16.26	0.2016	0.480	0.8400	1.476	0.0224	10.54	0.2361	0.587	0.8043	2.785	0.0324	7.90	0.2560	0.655	0.7817	4.145
0.0126	16.07	0.2025	0.483	0.8391	1.502	0.0226	10.47	0.2366	0.589	0.8037	2.812	0.0326	7.86	0.2563	0.656	0.7813	4.173
0.0128	15.90	0.2035	0.486	0.8382	1.527	0.0228	10.40	0.2371	0.591	0.8032	2.839	0.0328	7.82	0.2566	0.657	0.7809	4.200
0.0130	15.72	0.2044	0.488	0.8372	1.553	0.0230	10.33	0.2376	0.592	0.8026	2.865	0.0330	7.79	0.2569	0.658	0.7806	4.228
0.0132	15.55	0.2053	0.491	0.8364	1.578	0.0232	10.26	0.2381	0.594	0.8021	2.892	0.0332	7.75	0.2572	0.659	0.7802	4.255
0.0134	15.39	0.2062	0.494	0.8355	1.604	0.0234	10.20	0.2386	0.595	0.8016	2.919	0.0334	7.71	0.2575	0.660	0.7798	4.283
0.0136	15.23	0.2071	0.497	0.8346	1.630	0.0236	10.13	0.2391	0.597	0.8010	2.946	0.0336	7.67	0.2578	0.662	0.7795	4.311
0.0138	15.07	0.2080	0.499	0.8337	1.655	0.0238	10.06	0.2395	0.598	0.8005	2.973	0.0338	7.64	0.2581	0.663	0.7791	4.338
0.0140	14.91	0.2088	0.501	0.8329	1.681	0.0240	10.00	0.2400	0.600	0.8000	3.000	0.0340	7.60	0.2584	0.664	0.7788	4.366
0.0142	14.76	0.2097	0.504	0.8320	1.707	0.0242	9.94	0.2405	0.602	0.7995	3.027	0.0342	7.56	0.2587	0.665	0.7784	4.394
0.0144	14.62	0.2105	0.506	0.8312	1.732	0.0244	9.87	0.2409	0.603	0.7990	3.054	0.0344	7.53	0.2590	0.666	0.7781	4.421
0.0146	14.47	0.2113	0.509	0.8304	1.758	0.0246	9.81	0.2414	0.605	0.7985	3.081	0.0346	7.49	0.2593	0.667	0.7777	4.449
0.0148	14.33	0.2121	0.511	0.8295	1.784	0.0248	9.75	0.2418	0.606	0.7980	3.108	0.0348	7.46	0.2596	0.668	0.7774	4.476
0.0150	14.19	0.2129	0.514	0.8287	1.810	0.0250	9.69	0.2422	0.608	0.7975	3.135	0.0350	7.43	0.2599	0.669	0.7770	4.504
0.0152	14.06	0.2137	0.516	0.8279	1.836	0.0252	9.63	0.2427	0.609	0.7970	3.162	0.0352	7.39	0.2602	0.670	0.7767	4.532
0.0154	13.93	0.2145	0.519	0.8271	1.862	0.0254	9.57	0.2431	0.610	0.7965	3.189	0.0354	7.36	0.2604	0.671	0.7764	4.560
0.0156	13.80	0.2152	0.521	0.8264	1.888	0.0256	9.51	0.2435	0.612	0.7960	3.216	0.0356	7.32	0.2607	0.672	0.7760	4.588
0.0158	13.67	0.2160	0.523	0.8256	1.914	0.0258	9.46	0.2440	0.613	0.7954	3.243	0.0358	7.29	0.2610	0.673	0.7757	4.615
0.0160	13.55	0.2167	0.525	0.8248	1.940	0.0260	9.40	0.2444	0.615	0.7951	3.270	0.0360	7.26	0.2613	0.674	0.7754	4.643
0.0162	13.42	0.2175	0.528	0.8241	1.966	0.0262	9.34	0.2448	0.616	0.7946	3.297	0.0362	7.22	0.2615	0.675	0.7750	4.671
0.0164	13.30	0.2182	0.530	0.8233	1.992	0.0264	9.29	0.2452	0.618	0.7941	3.324	0.0364	7.19	0.2618	0.676	0.7747	4.699
0.0166	13.19	0.2189	0.532	0.8226	2.018	0.0266	9.23	0.2456	0.619	0.7937	3.351	0.0366	7.16	0.2621	0.677	0.7744	4.726
0.0168	13.07	0.2196	0.534	0.8219	2.044	0.0268	9.18	0.2460	0.620	0.7932	3.379	0.0368	7.13	0.2623	0.678	0.7741	4.754
0.0170	12.96	0.2203	0.537	0.8212	2.070	0.0270	9.13	0.2464	0.622	0.7928	3.406	0.0370	7.10	0.2626	0.679	0.7737	4.782
0.0172	12.85	0.2210	0.539	0.8204	2.097	0.0272	9.07	0.2468	0.623	0.7923	3.433	0.0372	7.07	0.2629	0.680	0.7734	4.810
0.0174	12.74	0.2216	0.541	0.8197	2.123	0.0274	9.02	0.2472	0.624	0.7919	3.460	0.0374	7.04	0.2631	0.681	0.7731	4.838
0.0176	12.63	0.2223	0.543	0.8190	2.149	0.0276	8.97	0.2476	0.626	0.7914	3.487	0.0376	7.00	0.2634	0.682	0.7728	4.866
0.0178	12.53	0.2230	0.545	0.8184	2.175	0.0278	8.92	0.2480	0.627	0.7910	3.515	0.0378	6.97	0.2636	0.683	0.7725	4.893
0.0180	12.42	0.2236	0.547	0.8177	2.201	0.0280	8.87	0.2484	0.628	0.7905	3.542	0.0380	6.94	0.2639	0.684	0.7722	4.921
0.0182	12.32	0.2243	0.549	0.8170	2.228	0.0282	8.82	0.2488	0.630	0.7901	3.569	0.0382	6.91	0.2642	0.684	0.7718	4.949
0.0184	12.22	0.2249	0.551	0.8163	2.254	0.0284	8.77	0.2491	0.631	0.7897	3.596	0.0384	6.89	0.2644	0.685	0.7715	4.977
0.0186	12.13	0.2255	0.553	0.8157	2.280	0.0286	8.72	0.2495	0.632	0.7892	3.624	0.0386	6.86	0.2646	0.686	0.7712	5.005
0.0188	12.03	0.2262	0.555	0.8150	2.307	0.0288	8.68	0.2499	0.634	0.7888	3.651	0.0388	6.83	0.2649	0.687	0.7709	5.033
0.0190	11.93	0.2268	0.557	0.8144	2.333	0.0290	8.63	0.2502	0.635	0.7884	3.678	0.0390	6.80	0.2651	0.688	0.7706	5.061
0.0192	11.84	0.2274	0.559	0.8137	2.359	0.0292	8.58	0.2506	0.636	0.7880	3.706	0.0392	6.77	0.2654	0.689	0.7703	5.089
0.0194	11.75	0.2280	0.561	0.8131	2.386	0.0294	8.54	0.2510	0.637	0.7876	3.733	0.0394	6.74	0.2656	0.690	0.7700	5.117
0.0196	11.66	0.2286	0.563	0.8125	2.412	0.0296	8.49	0.2513	0.639	0.7872	3.760	0.0396	6.71	0.2659	0.691	0.7697	5.145
0.0198	11.57	0.2291	0.564	0.8118	2.439	0.0298	8.45	0.2517	0.640	0.7867	3.788	0.0398	6.69	0.2661	0.692	0.7694	5.173

$$A_u = P_u \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{bu}}{f_{su}}$$



Ce guide, conçu pour permettre le travail de l'étudiant en autonomie, présente les connaissances de base indispensables à la détermination des sections d'armatures des ouvrages élémentaires d'une structure porteuse tels que semelles, poteaux, poutres, planchers. Il traite également des méthodes de vérification des contraintes du béton et de l'acier dans une section fléchie.

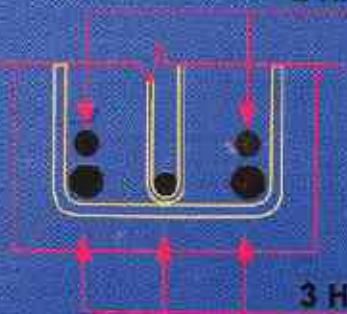
Il utilise des méthodes simples faisant appel au calcul classique et à l'utilisation de tableaux avec leur mode d'exploitation. Il suit bien évidemment les dernières réglementations en vigueur (BAEL 91) et précise les dispositions constructives.

Les exposés de chacun des thèmes abordés sont structurés de façon identique : rappel de cours ; exercices d'assimilation ; études de cas.

Le choix des méthodes rigoureuses de calcul proposées a été fondé sur des critères d'efficacité et de rapidité.

Un ouvrage synthétique de formation et d'application pour aller rapidement à l'essentiel et aux bons résultats.

2 HA 16



3 HA 20

$$\tau_u = \frac{V_u}{b \cdot d}$$

